

и  $K(f_0) < 1$  соизмеримы, из (7) можно получить соотношение:

$$T_w(f) \geq 10 \lg[0,1584 - K(f)]. \quad (8б)$$

На рис. 2,б представлены экспериментально полученные по алгоритму (см. рис. 1,б) верхние (кривая 1) и нижние (кривая 2) границы допустимых значений "твиста", при которых осуществляется 100%-ное обнаружение сигнала DTMF сигнализации при расстройке одной из частот.

Верхняя граница "твиста" незначительно ( $\sim 0,5$  дБ) отличается от теоретической оценки (кривая 3), полученной по (8а) за счет увеличения  $K(f)$  с ростом расстройки частоты. Нижняя граница экспериментально найденного "твиста" (кривая 2) близка к теоретической оценке (кривая 4), найденной по (8б).

Таким образом, представленные теоретические и экспериментальные результаты показывают, что рассмотренные методы детектирования сигналов многочастотной сигнализации имеют различные характеристики "твист", но в обоих методах возможны ложные срабатывания на сигналы с недопустимыми уровнями "тви-

ста". Например, ошибочное срабатывание обнаружителя при очень большом уровне высокочастотной составляющей (стандартный "твист"), расстроенной от номинальной частоты, происходит в алгоритме на полосовых фильтрах в меньшей степени. Для обратного "твиста" большую помехоустойчивость, т. е. более равномерную характеристику  $T_w(f)$  имеет алгоритм детектирования на режекторных фильтрах.

С помощью структурной схемы, представленной на рис. 1,б, были разработаны приемники многочастотных телефонных сигнализаций R1, R2, DTMF, выполненные на базе цифровых сигнальных процессоров фирмы "Texas Instruments" TMS320C50 (с целочисленной арифметикой) и TMS320C32 (с плавающей точкой). Приемники обладают высокими техническими характеристиками и могут обслуживать до 32 каналов одновременно, позволяя при этом создавать высокоэффективные системы обработки сигналов телефонных сигнализаций.

Полученные теоретические результаты могут быть полезны для разработчиков помехоустойчивых алгоритмов детек-

тирования многочастотной телефонной сигнализации на сигнальных процессорах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Pat Mock. Add DTMF Generation and Decoding to DSP-uP Designs // Digital Signal Processing Applications with the TMS320 Family. – 1989. – Vol. 1.
2. Лоеико И.Ф., Зуев А.Б. Применение алгоритма Гоертзеля для спектрального анализа // Межвузовский сборник "Радиоэлектронные и телекоммуникационные системы и устройства". – Н.Новгород, 1995.
3. Лоеико И.Ф., Зуев А.Б. Обнаружитель импульсных тональных посылок на режекторных фильтрах // Тезисы докладов НТК ФРК НГТУ. – Н.Новгород. – 1996. – С. 34.
4. Лоеико И.Ф., Зуев А.Б. Применение режекторных фильтров для обнаружения импульсных тональных сигналов // Вестник ВВО АТН РФ. – Сер. "Высокие технологии в радиоэлектронике". – 1997. – № 2(4). – С. 159-165.
5. ITU-T Recommendation Q.24, Multifrequency Push-Button Signal Reception.

Получено 26.10.97

УДК 621.372.542

## ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АНАЛОГОВЫХ И ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

А.Т. Мингазин

Известно [1, 2], что на этапе расчета частотных фильтров имеется возможность улучшения параметров амплитудно-частотных характеристик (АЧХ). При этом возникает задача определения наилучшего значения одного из выбранных параметров при фиксировании остальных на их предельно допустимых значениях. Например, неравномерность АЧХ может быть экстремально уменьшена или полоса пропускания экстремально расширена без нарушения заданных требований к АЧХ. Применительно к фильтрам нижних частот (ФНЧ) Золотарева – Кауэра приближенное решение этой задачи рассмотрено в [1] для аналогового варианта, а в [2] приведены точные решения для аналоговых (АФ) и цифровых (ЦФ) фильтров.

Цель данной статьи – представить соотношения для определения экстремальных параметров АЧХ аналоговых и цифровых ФНЧ, фильтров верхних частот (ФВЧ), полосовых и режекторных фильтров (ПФ и РФ) типа Баттерворта, Чебышева и Золотарева – Кауэра.

Исходные предпосылки. Параметры АЧХ аналоговых или цифровых ФНЧ, ФВЧ, ПФ и РФ должны удовлетворять следующим требованиям:

$$\Delta\alpha \leq \Delta\alpha_{\max}; a_0 \geq a_{0\min}; f_1 \geq f_{1\min}; f_2 \leq f_{2\max}; f_3 \geq f_{3\min}; f_4 \leq f_{4\max},$$

где  $\Delta\alpha$  – неравномерность АЧХ в полосе пропускания;  $a_0$  – ослабление АЧХ в полосе задерживания;  $f_1 - f_4$  – граничные частоты этих полос;  $f_1 < f_2 < f_3 < f_4$ . Правые части приведенных неравенств – заданные предельно допустимые значения этих параметров. К ФНЧ и ФВЧ относятся только первые четыре неравенства.

Для фильтров Баттерворта и Чебышева воспользуемся формулами определения порядка передаточной функции [3], а

для фильтров Золотарева – Кауэра – соотношениями инверсии уравнения порядка [2] для АФ. Переход от аналогового ФНЧ-прототипа к аналоговым ФВЧ, ПФ и РФ осуществим с помощью преобразований частоты [3], а переход от АФ к ЦФ – с помощью билинейного преобразования. Опуская исходные выражения и промежуточные результаты, приведем окончательные соотношения для определения экстремальных параметров АЧХ АФ и ЦФ.

Неравномерность и ослабление АЧХ. Экстремальные неравномерность в полосе пропускания и ослабление в полосе задерживания, выраженные в децибелах, определяются следующим образом:

$$\Delta\alpha_{\min} = 10 \lg(\epsilon_2^2/\beta^2 + 1); a_{0\max} = 10 \lg(\epsilon_1^2\beta^2 + 1),$$

$$\text{где } \epsilon_1^2 = 10^{\Delta\alpha_{\max}/10} - 1; \epsilon_2^2 = 10^{a_{0\min}/10} - 1;$$

$$\beta = \begin{cases} \exp(N \ln \alpha) & \text{– для фильтров Баттерворта;} \\ \operatorname{ch}(N \operatorname{arch} \alpha) & \text{– Чебышева;} \\ 1/g(x)|_{x=1/\alpha^2} & \text{– Золотарева – Кауэра;} \end{cases}$$

$$\alpha = \begin{cases} \Omega_2/\Omega_1 & \text{– для ФНЧ и ФВЧ;} \\ \min \left\{ \frac{\Omega_1^2 - \Omega_2\Omega_1}{(\Omega_3 - \Omega_2)\Omega_1}, \frac{\Omega_3\Omega_4 - \Omega_1^2}{(\Omega_3 - \Omega_2)\Omega_1} \right\} & \text{– для ПФ;} \\ \max^{-1} \left\{ \frac{\Omega_3^2 - \Omega_1\Omega_4}{(\Omega_1 - \Omega_1)\Omega_3}, \frac{\Omega_1\Omega_4 - \Omega_2^2}{(\Omega_1 - \Omega_2)\Omega_2} \right\} & \text{– для РФ;} \end{cases}$$

$$\Omega_k = \begin{cases} f_k & \text{– для АФ;} \\ \operatorname{tg}(\pi f_k/f_d) & \text{– для ЦФ;} \end{cases}$$

$$f_1 = f_{1\min}; f_2 = f_{2\max}; f_3 = f_{3\min}; f_4 = f_{4\max};$$

$$g(x) = \begin{cases} \prod_{i=1}^{N/2} x \operatorname{sn}^4 \left[ \frac{2i-1}{N} K(x), x \right] & \text{— для четных } N; \\ \sqrt{x} \prod_{i=1}^{(N-1)/2} x \operatorname{cd}^4 \left[ \frac{2i}{N} K(x), x \right] & \text{— для нечетных } N. \end{cases}$$

В приведенных соотношениях  $N$  – порядок ФНЧ-прототипа;  $f_d$  – частота дискретизации;  $\operatorname{sn}(\cdot)$  и  $\operatorname{cd}(\cdot)$  – эллиптические функции Якоби;  $K(\cdot)$  – полный эллиптический интеграл 1-го рода.

**Граничные частоты.** Для аналоговых ФНЧ и ФВЧ экстремальные граничные частоты определяются как

$$f_{1 \max} = \Omega_2/\gamma; \quad f_{2 \min} = \Omega_1\gamma.$$

где

$$\gamma = \begin{cases} \exp \left[ \frac{1}{N} \ln(\epsilon_2/\epsilon_1) \right] & \text{— для фильтров Баттерворта;} \\ \operatorname{ch} \left[ \frac{1}{N} \operatorname{arsh}(\epsilon_2/\epsilon_1) \right] & \text{— Чебышева;} \\ 1/\sqrt{1-g^2(x)} \Big|_{x=1-\epsilon_1^2/\epsilon_2^2} & \text{— Золотарева – Кауэра.} \end{cases}$$

Для аналоговых ПФ экстремальные граничные частоты определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} f_{1 \max} &= -\rho + \delta; \quad f_{4 \min} = \rho + \delta; \\ f_{2 \min} &= \begin{cases} \Phi', \Phi'' > \Omega_2; \\ \Phi'', \Phi' > \Omega_2; \\ \max(\Phi', \Phi''), \Phi' \leq \Omega_2 \text{ и } \Phi'' \leq \Omega_2; \end{cases} \\ f_{3 \max} &= \begin{cases} \Psi', \Psi'' < \Omega_3; \\ \Psi'', \Psi' < \Omega_3; \\ \min(\Psi', \Psi''), \Psi' \geq \Omega_3 \text{ и } \Psi'' \geq \Omega_3, \end{cases} \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \rho &= (\Omega_3 - \Omega_2)\gamma/2; \quad \delta = \sqrt{\rho^2 + \Omega_2\Omega_3}; \\ \Phi' &= \frac{\Omega_4(\Omega_3\gamma - \Omega_4)}{\Omega_4\gamma - \Omega_3}; \quad \Phi'' = \frac{\Omega_1(\Omega_3\gamma + \Omega_1)}{\Omega_1\gamma + \Omega_3}; \\ \Psi' &= \frac{\Omega_1(\Omega_1 + \Omega_2\gamma)}{\Omega_2 + \Omega_1\gamma}; \quad \Psi'' = \frac{\Omega_1(\Omega_1 - \Omega_2\gamma)}{\Omega_2 - \Omega_1\gamma}. \end{aligned}$$

Для аналоговых РФ используются соотношения, полученные для аналоговых ПФ. Однако в них необходимо заменить  $\gamma$  на  $1/\gamma$  и поменять местами параметры  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$ ,  $f_{1 \max}$  и  $f_{2 \min}$ ,  $f_{3 \max}$  и  $f_{4 \min}$ , функции  $\max(\cdot)$  и  $\min(\cdot)$ . Кроме того, требуется изменить знаки неравенств.

Для получения экстремальных частот ЦФ применимы вышеприведенные соотношения. При этом в правые части необходимо подставить  $\Omega_k$ , определенные ранее для ЦФ, и затем взять от этих частей  $\operatorname{arctg}(\cdot)$  и умножить на  $f_d/\pi$ . Например, для цифрового ФНЧ или ФВЧ:

$$f_{1 \max} = (f_d/\pi) \operatorname{arctg}(\Omega_2/\gamma).$$

Представленные соотношения были апробированы на многих примерах. Ниже приведен один из них.

**Пример.** Требуется определить экстремальные параметры АЧХ цифрового ПФ Золотарева – Кауэра при следующих исходных данных:  $\Delta a_{\max} = 3$  дБ;  $a_{0 \min} = 50$  дБ;  $f_{1 \min} = 0,001$ ;  $f_{2 \max} = 0,015$ ;  $f_{3 \min} = 0,035$ ;  $f_{4 \max} = 0,05$ . Здесь все частоты нормализованы относительно  $f_d$ .

Этим данным соответствует минимальное значение  $N = 4$ . Расчет экстремальных параметров дает следующие результаты:  $\Delta a_{\min} = 0,7162771$  дБ;  $a_{0 \max} = 57,443$  дБ;  $f_{1 \max} = 0,011682$ ;  $f_{2 \min} = 0,008264$ ;  $f_{3 \max} = 0,0382765$ ;  $f_{4 \min} = 0,0448354$ . Как и ожидалось, каждый параметр в сравнении с исходным улучшился. Любой из параметров можно использовать в качестве исходного для расчета фильтра.

Если заменить в исходных данных 3 дБ на 0,7162771 дБ и вновь рассчитать экстремальные параметры, то получим следующие значения (их наименования и размерность в дБ здесь и далее опущены)

$$0,7162771; 50; 0,010459; 0,015; 0,035; 0,05.$$

Произведем теперь операции замены и расчета параметров для других исходных данных. При замене в них 50 на 57,443; 0,001 на 0,011682; 0,015 на 0,008264 и 0,035 на 0,0382765 получим

$$3; 57,443; 0,010459; 0,015; 0,035; 0,05,$$

$$3; 50; 0,011682; 0,015; 0,035; 0,0448354.$$

$$3; 50; 0,005761; 0,008264; 0,035; 0,05,$$

и

$$3; 50; 0,011447; 0,015; 0,0382765; 0,05.$$

Очевидно, что любой из пяти последних наборов данных можно использовать в качестве исходного для расчета собственно рассматриваемого фильтра.

**Заключение.** Представленные соотношения для определения экстремальных параметров АЧХ различных аналоговых и цифровых фильтров дают возможность изменять неравномерность в полосе пропускания, ослабление в полосе задерживания и граничные частоты этих полос, т. е. гибко подходить к проектированию. Выполненное прямое программирование и последующее тестирование полученных результатов с применением программы по расчету фильтров свидетельствует о правильности этих соотношений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Савченко С.М., Смирнов Э.Е. Улучшение частотных характеристик эллиптических фильтров // Изв. вузов СССР. Сер. Радиоэлектроника. – 1976. – Т. XIX. – № 6. – С. 113–116.
2. Vleck M., Unbehauen R. Degree, ripple and transition width of elliptic filters // IEEE Trans. – 1989. – CAS-36. – № 3. – P. 469–472.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

Получено 6.09.96

### Консультативно – информационная служба

ООО "Сигма – Телеком",

дочерняя компания ЦНИИС, распространяет:

- Рекомендации, публикуемые Сектором стандартизации электросвязи Международного союза электросвязи (МСЭ-Т)
  - Руководящие технические материалы
  - Электронный справочник по рекомендациям "Синей книги МККТТ"
- Стандарты и другие документы Европейского института стандартизации электросвязи (ETSI)
  - Электронный справочник по стандартам (ETSI)

Справки по телефону: (095) 306-32-45. Факс: (095) 274-00-67.