УДК 621.372.54.037.372

МИНГАЗИН А. Т.

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С МАЛОРАЗРЯДНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ПРИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ТРЕБОВАНИЯХ К ВИДУ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Рассмотрен синтез каскадных рекурсивных цифровых фильтров с малоразрядными коэффициентами при дополнительных требованиях к виду передаточной функции, позволяющих обеспечить заданные нули АЧХ в полосе задерживания и(или) упростить реализацию фильтра. Показано, что задача может быть решена с помощью метода вариации исходных параметров или его модифицированных вариантов.

Реализация цифровых фильтров (ЦФ) с частотами дискретизации более 10 МГц на высокоточных сигнальных процессорах невозможна. Альтернатива — исполнение ЦФ в виде заказных или полузаказных БИС. В этом случае становится важной проблема синтеза передаточных функций ЦФ с коэффициентами малой разрядности. Удачное ее решение позволяет сэкономить площадь кристалла, повысить скорость обработки и снизить потребляемую мощность специализированных БИС.

Опубликовано большое число статей [1], посвященных синтезу ЦФ в области дискретных значений коэффициентов. В [2], применительно к каскадным рекурсивным ЦФ, предложен прямой метод синтеза для решения задачи низкочастотной фильтрации при дополнительном требовании на полное подавление сигналов заданной частоты в полосе задерживания при определенном виде передаточной функции ЦФ. Этот метод можно осуществить с помощью интерактивной программы PICLOR [3].

Авторы [2] отмечают, что для решения задачи синтеза ЦФ при дополнительном требовании к полосе задерживания метод билинейного преобразования неприменим, и приводят примеры, иллюстрирующие эффективность своего подхода. Цель данной статьи показать, что применение метода вариации исходных параметров (ВИП) [1], основанного на билинейном преобразовании, или его модифицированных вариантов, позволяет не только получить решения из [2], но и улучшить их.

Рассмотрим синтез двух ЦФ из [2], предназначенных для обработки видеоинформации с частотой дискретизации $f_д = 17,75$ МГц. Неравномерность АЧХ в полосе пропускания от 0 до f_1 обозначим как Δa, а минимальное относительное ослабление в полосе задерживания от f_2 до $f_д / 2$ — как a_0. Используем частоты, нормированные относительно $f_д$. Для упрощения будем рассматривать немасштабированные передаточные функции. Это корректно, так как для данных каскадных ЦФ масштабные множители вводятся между звеньями и поэтому их разрядность не влияет на форму АЧХ, а требования к точности коэффициента передачи и отношению сигнал—шум округления не задаются.

Пример 1. Необходимо рассчитать ЦФ нижних частот при следующих предельно допустимых параметрах АЧХ:

$$\Delta a_{\max} = 3 \text{ дБ},\ a_{0\min} = 30 \text{ дБ},\ f_{1\min} = 0{,}169014,\ f_{2\max} = 0{,}236620.$$

Кроме того, необходимо иметь нуль передачи на частоте 0,25 и коэффициенты передаточной функции с минимальным числом разрядов в их двоичном представлении.

Прямым методом синтеза получена передаточная функция [2]

$$H(z) = \frac{(1+z^{-2})}{(1-1{,}125\,z^{-1}+0{,}375\,z^{-2})\,(1-0{,}875\,z^{-1}+0{,}75\,z^{-2})}. \tag{1}$$

Вид числителя $H(z)$ обеспечивает нуль передачи на частоте 0,25. Шаг квантования коэффициентов в (1) $q = 2^{-3}$, т. е. коэффициенты будут иметь трехразрядную мантиссу в своем двоичном представлении.

Выполним оценку параметров АЧХ для (1). Полученные значения $\Delta\tilde{a} = 3{,}32$ дБ и $\tilde{a}_0 = 29{,}4$ дБ близки к допустимым. Здесь и далее знак $\sim$ означает соответствие параметра квантованным коэффициентам.

Используем эллиптическую аппроксимацию требуемой АЧХ. Применение метода ВИП приводит к

$$H(z) = \frac{(1+z^{-1})\,(1+z^{-2})}{(1-0{,}625\,z^{-1})\,(1-0{,}875\,z^{-1}+0{,}75\,z^{-2})},$$

$$\Delta\tilde{a} = 2{,}97 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 29{,}6 \text{ дБ},\ q = 2^{-3}.$$

Сложность этой $H(z)$ эквивалентна (1), а полученные параметры ближе к допустимым, чем параметры, соответствующие (1). Вид числителя обеспечивает нуль передачи на частоте 0,25.

Увеличим порядок аппроксимации на 1. Применение ВИП дает

$$H(z) = \frac{(1+1{,}25\,z^{-1}+z^{-2})\,(1+z^{-2})}{(1-0{,}75\,z^{-1}+0{,}25\,z^{-2})\,(1-0{,}75\,z^{-1}+0{,}75\,z^{-2})}, \tag{2}$$

$$\Delta\tilde{a} = 0{,}52 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 31{,}4 \text{ дБ},\ q = 2^{-2}.$$

Таким образом, требования к АЧХ удовлетворены полностью, причем разрядность коэффициентов в (2) меньше на 1 бит, чем в (1). Коэффициент 1,25 в (2) можно заменить на 1,5; 1,75 или 2 без нарушений допусков на отклонение АЧХ.

Обнулим коэффициент при z^{-2} в первом сомножителе знаменателя в (2). После такой модификации передаточной функции методом ВИП получим решение:

$$H(z) = \frac{(1 + 1{,}25\, z^{-1} + z^{-2})\,(1 + z^{-2})}{(1 - 0{,}5\, z^{-1})\,(1 - 0{,}75\, z^{-1} + 0{,}75\, z^{-2})},$$

$$\Delta\,\tilde{a} = 2{,}4 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 30{,}2 \text{ дБ},\ q = 2^{-2}.$$

По-прежнему коэффициент 1,25 можно заменить на 1,5 или 1,75 без нарушения допусков. Замена его на 2 приводит к незначительному ухудшению ослабления, которое будет равно 29,7 дБ. Полученная $H(z)$ несколько сложнее, чем (1), однако разрядность ее коэффициентов меньше на 1 бит, чем в (1).

Это последнее решение можно воспроизвести, если рассчитать эллиптический ЦФ четвертого порядка с учетом введенной модификации в $H(z)$ для следующих исходных данных $\Delta\, a = 0{,}054412$ дБ, $f_1 = 0{,}166930$, $f_2 = 0{,}239967$ и округлить полученные коэффициенты, полагая $q = 2^{-2}$. Интересно отметить, что если модифицировать (2) путем удаления первого сомножителя в числителе и применить ВИП при $q = 2^{-3}$, то можно получить решение (1). В этом легко убедиться, если рассчитать эллиптический ЦФ четвертого порядка при следующих исходных $\Delta\, a = 0{,}723148$ дБ, $f_1 = f_{1\min}$, $f_2 = f_{2\max}$, привести числитель полученной $H(z)$ к виду (2) и округлить коэффициенты ее знаменателя, полагая $q = 2^{-3}$.

Пример 2. Необходимо рассчитать ЦФ нижних частот при следующих условиях:

$$\Delta\, a_{\max} = 3 \text{ дБ},\ a_{0\min} = 30 \text{ дБ},\ f_{1\min} = 0{,}059155,\ f_{2\max} = 0{,}112676$$

Кроме того, требуется минимизировать разрядность коэффициентов.

В [2] прямым методом синтеза найдена передаточная функция

$$H(z) = \frac{(1 + z^{-4})}{(1 - 1{,}1875\, z^{-1} + 0{,}375\, z^{-2})\,(1 - 1{,}5625\, z^{-1} + 0{,}75\, z^{-2})}, \qquad (3)$$

которой соответствуют $\Delta\,\tilde{a} = 0{,}64$ дБ, $\tilde{a}_0 = 27{,}1$ дБ, $q = 2^{-4}$ (желаемое ослабление АЧХ в полосе задерживания не достигнуто).

В данном случае не требуется полного подавления сигналов на конкретных частотах в полосе задерживания и поэтому вид числителя в (3), который обеспечивает нули передачи на частотах 0,125 и 0,375, не является обязательным, но его примитивность может упростить реализацию ЦФ. С помощью ВИП невозможно получить $H(z)$ с таким числителем. Действительно, для инверсной чебышевской аппроксимации применение ВИП даст

$$H(z) = \frac{(1 - 0{,}125\,z^{-1} + z^{-2})\,(1 - 1{,}5\,z^{-1} + z^{-2})}{(1 - 1{,}125\,z^{-1} + 0{,}375\,z^{-2})\,(1 - 1{,}625\,z^{-1} + 0{,}75\,z^{-2})},$$

$$\Delta\tilde{a} = 2{,}26 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 31{,}1 \text{ дБ},\ q = 2^{-3}.$$

Данное решение удовлетворяет требованиям к АЧХ. Однако полученная $H(z)$ сложнее (3). Модификация числителя в соответствии с (3) и последующее применение ВИП приводит к

$$H(z) = \frac{(1 + z^{-4})}{(1 - 1{,}125\,z^{-1} + 0{,}375\,z^{-2})\,(1 - 1{,}625\,z^{-1} + 0{,}75\,z^{-2})},$$

$$\Delta\tilde{a} = 1{,}83 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 30{,}3 \text{ дБ},\ q = 2^{-3}.$$

Таким образом, в отличие от (3) это решение полностью удовлетворяет заданным требованиям при меньшей на 1 бит разрядности коэффициентов, а сложность найденной $H(z)$ соответствует (3). Воспроизвести этот результат можно путем расчета инверсного чебышевского ЦФ для исходных $a_0 = a_{0\min}, f_2 = f_{2\max}$ (коэффициенты инверсного ЦФ полностью определяются этими двумя параметрами), введения рассмотренной модификации в $H(z)$ и последующего округления полученных коэффициентов при $q = 2^{-3}$. Заметим, что для данного ЦФ метод ВИП сводится к простому округлению коэффициентов, рассчитанных по предельно допустимым параметрам, а знаменатель (3) соответствует округленным коэффициентам инверсного ЦФ при $q = 2^{-4}$.

Для эллиптической аппроксимации метод ВИП приводит к передаточной функции третьего порядка с $q = 2^{-3}$. Увеличение порядка на 1 не дает желаемого результата при $q > 2^{-3}$. Модификации передаточных функций также возможны. Два интересных решения с применением модифицированного метода ВИП имеют вид:

$$H(z) = \frac{(1 - 1{,}25\,z^{-1} + z^{-2})}{(1 - 0{,}875\,z^{-1})\,(1 - 1{,}75\,z^{-1} + 0{,}875\,z^{-2})},$$

$$\Delta\tilde{a} = 2{,}85 \text{ дБ},\ \tilde{a}_0 = 31{,}9 \text{ дБ},\ q = 2^{-3};$$

$$H(z) = \frac{1}{(1 - 1{,}6875\,z^{-1} + 0{,}71875\,z^{-2})\,(1 - 1{,}78125\,z^{-1} + 0{,}90625\,z^{-2})},$$

$$\Delta\,\widetilde{a} = 2{,}33 \text{ дБ}, \widetilde{a}_0 = 31{,}3 \text{ дБ}, q = 2^{-5}.$$

В последней $H(z)$ в обмен на максимальное упрощение числителя, благодаря устранению нулей передачи, возросла разрядность коэффициентов. Отметим, что при применении чебышевской аппроксимации для рассматриваемого примера подобное не наблюдается; значение $q = 2^{-5}$ сохраняется до и после такой модификации числителя. Это можно объяснить меньшим влиянием на контролируемые параметры АЧХ устраняемых нулей числителя $H(z)$ чебышевского ЦФ, поскольку они в отличие от устраняемых нулей числителя $H(z)$ эллиптического ЦФ находятся на большем расстоянии от точки на единичной окружности в z-плоскости, соответствующей границе полосы задерживания.

Заключение. При поиске решения с помощью ВИП можно принудительно изменять вид числителя передаточной функции для полного подавления сигналов на определенных частотах или вид числителя и(или) знаменателя для упрощения реализации ЦФ. Метод ВИП, основанный на билинейном преобразовании, или его модифицированные варианты позволяют получить и улучшить решения, найденные прямым методом синтеза ЦФ. Успех поиска с помощью ВИП при дополнительных требованиях на вид передаточной функции ЦФ зависит от заданных требований к АЧХ, типа используемой аппроксимации, чувствительности АЧХ к изменению коэффициентов, степени близости исходного вида передаточной функции к желаемому. Дополнительные требования могут быть таковы, что применение ВИП не даст положительного результата даже при очень большой разрядности коэффициентов, а прямой метод [2] окажется неприемлемым из-за высокого порядка ЦФ. В этом случае лучше использовать численные методы аппроксимации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мингазин А. Т.* Синтез передаточных функций цифровых фильтров в области дискретных значений коэффициентов (обзор) // Электронная техника.— 1993.— Сер. 10.— № 1, 2.— С. 3—35.

2. *Остапенко А. Г., Богданов В. И.* Прямой метод синтеза цифровых фильтров при ограниченной разрядности коэффициентов // Синтез, передача и прием сигналов управления связи.— Воронеж : ВГТУ, 1995.— С. 49—53.

3. *Зорич А. А., Мингазин А. Т.* Программа интерактивного управления дислокацией корней полиномов числителя и знаменателя передаточных функций цифровых фильтров // Электросвязь.— 1995.— № 5.— С. 36—37.

г. Москва, Радис Лтд.

Поступила в редакцию 03.12.96.