

Сравнительный анализ реализаций рекурсивных цифровых фильтров

А. Т. Мингазин

Проиллюстрирована целесообразность применения метода вариации исходных параметров характеристики затухания для сравнительного анализа реализаций рекурсивных цифровых фильтров относительно проблемы квантования коэффициентов передаточной функции; рассмотрены примеры анализа эллиптических каскадных фильтров на комплексных всепропускающих структурах и обычных структурах прямой формы.

В [1] описан метод анализа квантования коэффициентов передаточной функции рекурсивных цифровых фильтров (ЦФ), основанный на вариации исходных параметров характеристики затухания, отмечены его преимущества и проведен анализ каскадного ЦФ при использовании различных аппроксимирующих функций.

Цель статьи — показать целесообразность применения метода вариации параметров для сравнительного анализа ЦФ при различных структурах их исполнения. Это проведено для эллиптических каскадных ЦФ на комплексных всепропускающих структурах (КС) 1-го порядка, предложенных в [2], и на обычных структурах (ОС) прямой формы 2-го порядка.

Передаточная функция каскадного ЦФ

$$H(z) = \prod_{i=1}^L H_i(z) = \prod_{i=1}^L \frac{1 + B_{1i}z^{-1} + z^{-2}}{1 + A_{1i}z^{-1} + A_{2i}z^{-2}}. \quad (1)$$

Функции $H_i(z)$ могут быть реализованы с использованием как ОС, так и КС. Для КС (см. рис. 4 в [2]) требуются коэффициенты $a_i = -A_{1i}/2$, $b_i = \sqrt{A_{2i} - A_{1i}^2/4}$,

$$d_i = \pm \left\{ \frac{(A_{2i} - A_{1i}^2/4)(B_{1i} - A_{1i})^2}{[0,5(A_{1i}B_{1i} - A_{1i}^2) + A_{2i} - 1]^2} + 1 \right\}^{-1/2}, \quad c_i = \sqrt{1 - d_i^2}.$$

По a_i , b_i , c_i , d_i можно вычислить исходные коэффициенты из (1):

$$A_{1i} = -2a_i, \quad A_{2i} = a_i^2 + b_i^2, \quad B_{1i} = \frac{2a_i b_i d_i + (1 + a_i^2 - b_i^2)c_i}{-a_i c_i - b_i d_i}.$$

Заметим, что значения d_i , c_i зависят от группировки полюсно-нулевых пар $H(z)$, а знак d_i уточняется подстановкой $\pm d_i$ в выражение для B_{1i} .

При реализации $H_i(z)$ осуществляется квантование коэффициентов A_{1i} , A_{2i} , B_{1i} и a_i , b_i , c_i , d_i для ОС и КС соответственно. Коэффициенты A_{1i} , A_{2i} эллиптических ЦФ являются функциями исходных параметров Δa , ω_1 , ω_2 (здесь Δa — неравномерность характеристики затухания в полосе пропускания, ω_1 , ω_2 — граничные частоты полосы пропускания и задерживания), а коэффициенты B_{1i} — функциями ω_1 , ω_2 . Поэтому из приведенных выше соотношений следует, что a_i , b_i , c_i , d_i зависят от Δa , ω_1 , ω_2 .

Как и в [1], в качестве варьируемого выберем параметр Δa , изменяющийся в диапазоне $\Delta a_{\min} \dots \Delta a_{\max}$, и будем анализировать зависимости $\Delta a(k)$ и $a_0(k)$. Здесь a_0 — минимальное затухание в полосе задерживания; k — номер участка на оси Δa , для которого $\Delta a = \text{const}$; $a_0 = \text{const}$; символ \sim означает соответствие квантованию (округлению) коэффициентов. По построенным зависимостям $\Delta a(k)$, $a_0(k)$ можно судить о влиянии Δa и квантования коэффициентов на параметры характеристики затухания в полосе пропускания и задерживания.

Пусть $\Delta a_{\max} = 0,3$ дБ, $a_{0\min} = 40$ дБ, $\omega_{1\min} = 2\pi 0,05$, $\omega_{2\max} = 2\pi 0,0976$, $L = 2$. На рис. 1, а и б приведены зависимости $\Delta a(k)$ (вверху), $a_0(k)$ (внизу) для ОС при шаге квантования коэффициентов $q = 2^{-6}$ и для КС при $q = 2^{-6}$ соответственно. Изменению k отвечает изменение Δa от 0,072238 до 0,3 дБ. Здесь и далее положено $\omega_1 = \omega_{1\min}$, $\omega_2 = \omega_{2\max}$. Для КС показаны кривые (1 и 2) при двух возможных комбинациях полюсно-нулевых пар $H(z)$. Разные q выбраны на основании [2], так чтобы максимальная разряд-

ность коэффициентов ОС и КС была одинакова. В нашем случае разрядность равна 6 бит, не включая знаковый бит.

По виду зависимостей на рис. 1, а, б (верхняя часть) заключают о значительно меньшем влиянии квантования в полосе пропускания для КС, чем для ОС. В полосе задерживания имеется преимущество ОС перед КС, так как для ОС большее число точек остается в области допуска (см. точки с $a_0 \geq 40$ дБ в нижней части рис. 1, а, б). Для ОС (или $k=3$) имеется одно допустимое решение, т. е. когда $\Delta a \leq 0,3$ дБ и $a_0 \geq 40$ дБ, а для КС таких решений нет.

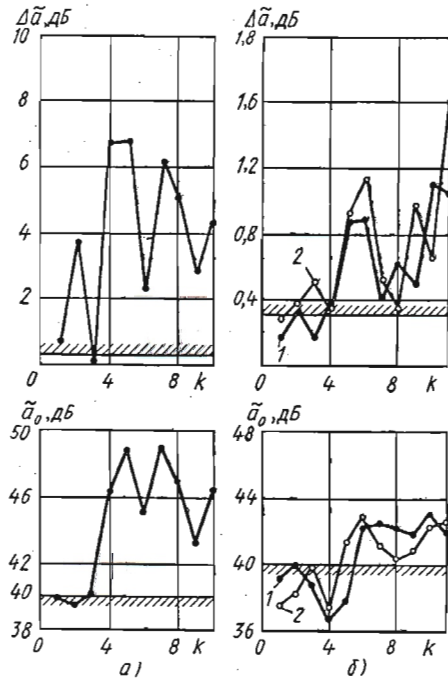


Рис. 1

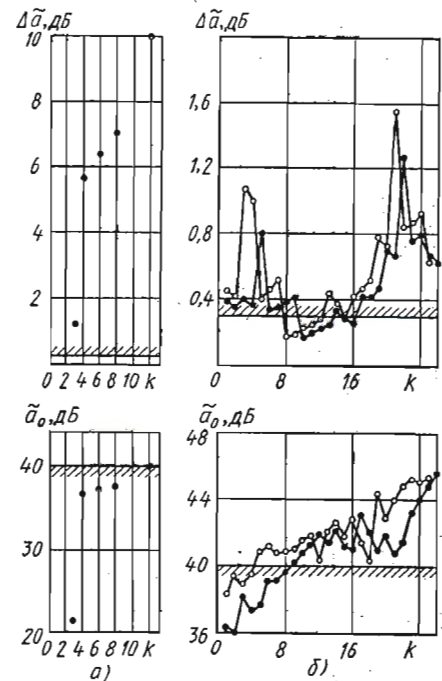


Рис. 2

Значению $k=3$ (на рис. 1, а) соответствуют квантованные коэффициенты $A_{21}^* = 0,65625$, $A_{11}^* = -1,59375$, $B_{11}^* = -0,5$, $A_{22}^* = 0,875$, $A_{12}^* = -1,75$, $B_{12}^* = -1,59375$, а значению $k=2$ (на рис. 1, б, кривые 1) $a_1^* = 0,796875$, $b_1^* = 0,140625$, $c_1^* = 0,125$, $a_1^* = -1$, $a_2^* = 0,875$, $b_2^* = 0,328125$, $c_2^* = 0,1875$; $a_2^* = -0,984375$, и действительно для нецелочисленных коэффициентов ОС и КС максимальная разрядность равна 6 бит.

Приведенные решения соответствуют $\Delta a = 0,085903$ дБ, причем для ОС в отличие от КС решение является допустимым. Отсюда следует, что если сравнивать структуры лишь по одному набору исходных параметров, как в [2], то можно сделать вывод о более низкой чувствительности к квантованию коэффициентов в полосе пропускания ОС, а не КС, т. е. вывод противоположный, сделанному в [2] и выше. Анализ зависимостей $\Delta a(k)$, $a_0(k)$, которые дают более полную картину, позволяет избежать таких ошибок.

Дополнительные исследования $\Delta a(k)$, $a_0(k)$ показывают, что при увеличении разрядности на 1 бит для КС появляется ряд допустимых решений, а при уменьшении на 1 бит и более для обеих структур такие решения отсутствуют. В данном примере не выгодно использовать КС, несмотря на превосходные свойства чувствительности в полосе пропускания.

■ Пусть Δa_{\max} , $a_{0 \min}$ остаются теми же самыми, а $\omega_{1 \min} = 2\pi 0,0125$, $\omega_{2 \max} = 2\pi 0,025$. На рис. 2, а и б приведены зависимости $\Delta a(k)$, $a_0(k)$ для ОС при $q=2^{-7}$ и КС при $q=2^{-8}$. Изменению k соответствует изменение Δa от 0,070882 до 0,3 дБ. Как видим, для ОС имеется 13 возможных решений, из них ни одного допустимого. Кроме того, 8 решений не-

устойчивые (на рис. 2, а отсутствуют точки для восьми значений k). Для КС имеется 6 допустимых решений для обеих комбинаций полюсно-нулевых пар.

Дополнительные исследования показывают, что для КС при $q=2^{-7}$ допустимых решений нет и имеется ряд неустойчивых решений. Для ОС при $q=2^{-8}$ из 20 возможных решений наряду с неустойчивыми имеется одно допустимое решение (при $\Delta a=0,127293$ дБ). Таким образом, выигрыш от применения КС равен 1 бит, цена которого весьма высока, так как при использовании КС требуется выполнить шесть (пять) действий (умножений) для реализации $H(z)$ (вместо трех в ОС).

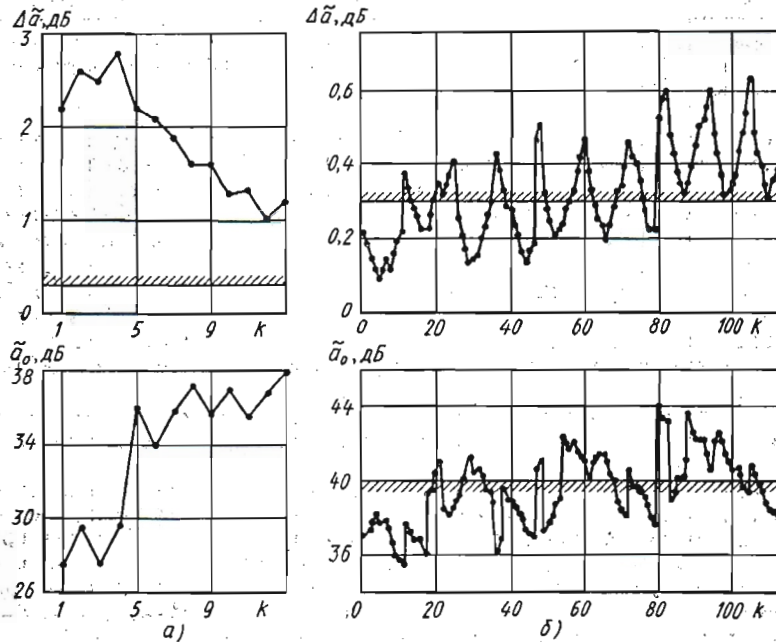


Рис. 3

Рассмотрим ЦФ верхних частот (см. предыдущий пример). На рис. 3, а и б приведены зависимости $\Delta \tilde{a}(k)$, $\tilde{a}_0(k)$ для ОС при $q=2^{-7}$ и КС при $q=2^{-8}$ которые, как и в предыдущем примере, демонстрируют очень низкую чувствительность КС по сравнению с ОС в полосе пропускания и в полосе задерживания. Для ОС допустимых решений нет, а КС соответствует 15 допустимых решений при значениях $k=27...32$; $54...56$; $63...68$. Для второй полюсно-нулевой комбинации $[\Delta \tilde{a}(k)$, $\tilde{a}_0(k)$ не показаны] из 114 возможных решений 20 оказались допустимыми.

Как показывают дополнительные исследования, для КС при $q=2^{-7}$ допустимых решений нет, что в большой степени обусловлено резким ухудшением поведения зависимости $\tilde{a}_0(k)$. Для ОС только при $q=2^{-10}$ появляется ряд допустимых решений из 101 возможного. Выигрыш от применения КС здесь достигает 3 бит. В конкретных применениях это может дать преимущество по аппаратным затратам и быстродействию в сравнении с реализацией на ОС.

Рассмотренные примеры наглядно подтверждают целесообразность применения метода вариации исходных параметров для сравнительного анализа ЦФ в отношении к проблеме квантования коэффициентов для изучения новых структур или выбора подходящей структуры из числа известных для конкретных практических приложений.

Литература

1. Мингазин А. Т. — Радиотехника, 1987, № 6.
2. Saratäky T., Yu T. H., Mitra S. K. — IEEE Trans, 1987, CAS-34, № 8.

Поступила после доработки 12 мая 1989 г.