А. Т. Мингазин

УДК 621.372.54.037.372

Анализ влияния квантования коэффициентов на характеристики цифровых фильтров

Предложен метод анализа влияния квантования коэффициентов на характеристики затухания рекурсивных цифровых фильтров; приведены примеры анализа каскадных цифровых фильтров при использовании различных аппроксимирующих функций.

Для анализа влияния квантования коэффициентов на характеристики затухания рекурсивных цифровых фильтров (ЦФ) используются различные методы [1], основанные на статистической модели квантования, на прямом вычислении достаточной разрядности коэффициентов и на оценке ее верхней границы. Статистические методы неприемлемы при больших значениях шага квантования q коэффициентов [2]. Метод верхней границы дает завышенные результаты [1], кроме того, в нем, как и в методе прямого вычисления, не учитывается зависимость получаемой характеристики затухания, соответствующей квантованным коэффициентам, от исходных параметров (таких как неравномерность характеристики в полосе пропускания Δa, минимальное затухание в полосе задерживания a_0; граничные частоты полосы пропускания и задерживания ω_1 и ω_2), по которым выполняется расчет ЦФ. Учет этой зависимости использовался при минимизации статистической [3] и реальной разрядности коэффициентов [4, 5], а также при определении начальных приближений для методов синтеза ЦФ с минимальной разрядностью коэффициентов [6]. Ниже *указанную зависимость предлагается использовать при анализе влияния квантования коэффициентов на характеристики затухания* ЦФ.

Согласно [6]

$$\Delta\tilde{a} = \Delta\tilde{a}(\mathrm{D}^*(x)) = \Delta\tilde{a}(x), \quad \tilde{a}_0 = \tilde{a}_0(\mathrm{D}^*(x)) = \tilde{a}_0(x), \tag{1}$$

где $\mathbf{D}^*$ — вектор квантованных коэффициентов; x — один из исходных параметров (т. е. Δa, a_0, ω_1 или ω_2), выбранный в качестве переменного параметра при фиксированных остальных, или вспомогательный параметр, являющийся некоторой функцией исходных параметров; $\sim$ означает соответствие параметров $\Delta\tilde{a}$, $\tilde{a}_0$ рассчитанной характеристики затухания квантованию вектора коэффициентов.

Поскольку в функции (1) введена операция квантования (знак $*$), их поведение для разных структур ЦФ различно. Конкретный вид (1) определяется также типом ЦФ и выбранной аппроксимацией характеристики затухания. Построенные зависимости $\Delta\tilde{a}=\Delta\tilde{a}(x)$, $\tilde{a}_0=\tilde{a}_0(x)$ будут наглядно иллюстрировать влияние выбора исходных параметров и квантования коэффициентов на параметры характеристики затухания в полосе пропускания и задерживания. Диапазон изменения x целесообразно выбирать в пределах области допуска S', имеющей различный вид для разных аппроксимаций [6].

В качестве примера на рис. 1,*а*, *б* приведены зависимости (1) при $x=\Delta a$ для каскадных ЦФ нижних и верхних частот (ЦФНЧ и ЦФВЧ) соответственно. При построении использовалась эллиптическая аппроксимация. Переход от аналогового фильтра-прототипа к ЦФ осуществлялся с помощью билинейного z-преобразования. Заданные предельно допустимые параметры для ЦФНЧ: $\Delta a_{max}=0{,}521$ дБ, $a_{0min}=40{,}1$ дБ, $\omega_{1min}=2\pi 0{,}027778$, $\omega_{2max}=2\pi 0{,}054872$, для ЦФВЧ: $\Delta a_{max}=2$ дБ, $a_{0min}=40$ дБ, $\omega_{2min}=2\pi 0{,}033333$, $\omega_{1max}=2\pi 0{,}066667$. Частота дискретизации $\omega_д=2\pi$. Порядок рассматриваемых ЦФ $N=4$. Зависимости на рис. 1,*а* построены при $a_0=a_{0min}$, $\omega_1=\omega_{1min}$, $\omega_2=2\pi 0{,}0529$ для $q=2^{-7}$ и $q=0$ (т. е. коэффициенты неквантованы), на рис. 1,*б* — при $a_0=a_{0min}$, $\omega_1=\omega_{1max}$, $\omega_2=\omega_{2min}$ для $q=2^{-5}$ и $q=0$.

Дискретный характер кривых при $q\neq 0$ — следствие квантования (в данном случае округления) двоичных коэффициентов [5]. Каждый участок постоянства $\Delta\tilde{a}$ (или $\tilde{a}_0$) соответствует определенному $\mathbf{D}^*$. Места скачков в зависимостях $\Delta\tilde{a}(\Delta a)$ и $\tilde{a}_0(\Delta a)$ на рис. 1,*а* или на рис. 1,*б* строго совпадают. Для соседних участков $\mathbf{D}^*$ отличается лишь одной компонентой (т. е. одним коэффициентом) и на величину q. Несмотря на это, значения $\Delta\tilde{a}$ для этих участков могут сильно различаться (см. рис. 1,*а* — верхняя часть) и поэтому утверждение в [7] о том, что квантование только одного коэффициента слабо влияет на характеристику затухания, не всегда справедливо. С уменьшением q число указанных участков возрастает (примерно в два раза при уменьшении q вдвое), их размеры и разброс в значениях $\Delta\tilde{a}$, $\tilde{a}_0$ уменьшаются и в пределе дискретные кривые станут непрерывными (кривые при $q=0$ на рис. 1,*а*, *б*).

Для ЦФНЧ $\Delta\tilde{a}$ попадает в зону допуска на одном участке (окрестность $\Delta a=0{,}3$ дБ, на рис. 1,*а* — верхняя часть), тогда как для ЦФВЧ $\Delta\tilde{a}$ редко выходит из зоны допуска (рис. 1,*б* — верхняя часть), несмотря на то что в первом случае $q = 2^{-7}$, а во втором $q = 2^{-5}$. На рис. 1,*а* (нижняя часть) лишь на одном участке $\tilde{a}_0 < \tilde{a}_{0\min}$, а на рис. 1,*б* (нижняя часть) таких участков больше половины. Таким образом, результаты анализа для ЦФНЧ подтверждают, а для ЦФВЧ не подтверждают

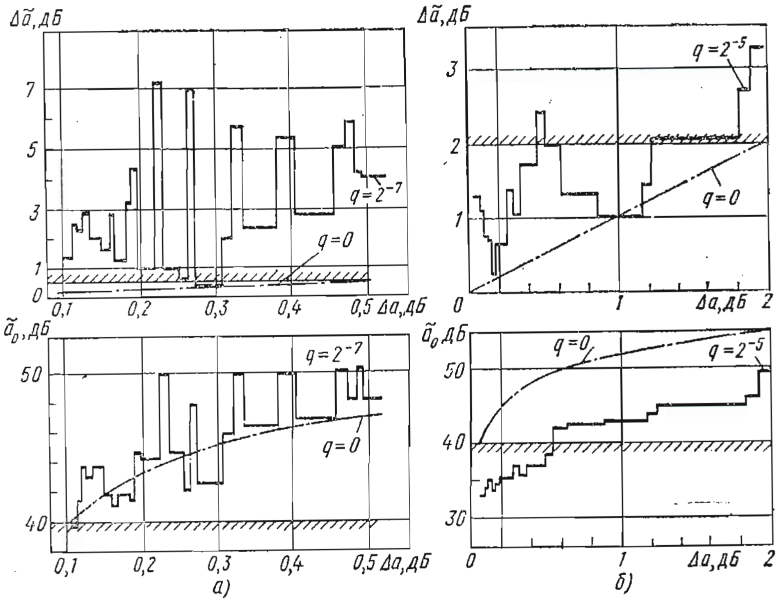

Рис. 1

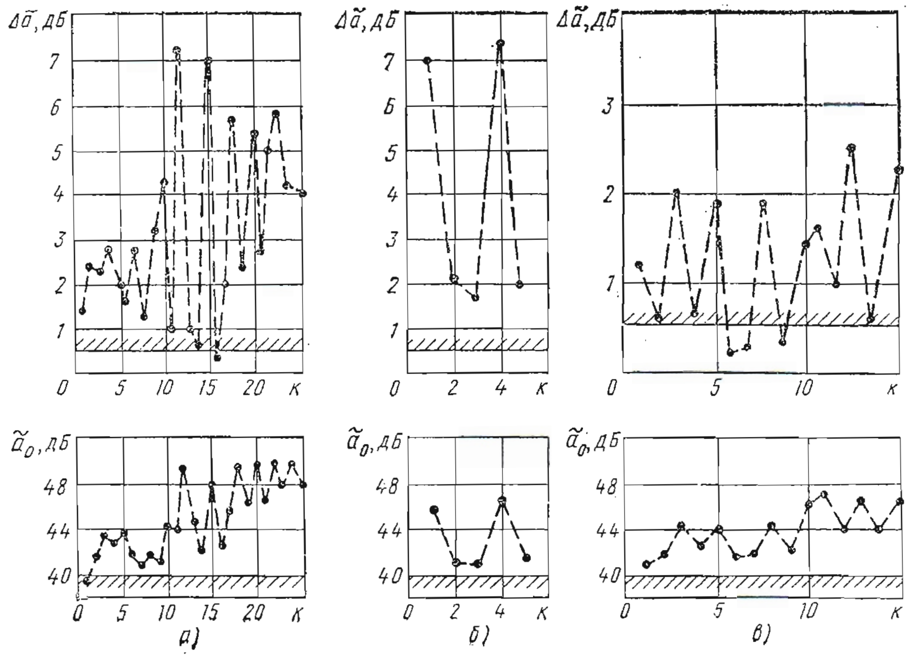

Рис. 2

известное положение о большей остроте проблемы точности характеристик каскадных ЦФ в полосе пропускания, чем в полосе задерживания.

На практике вместо $\Delta\tilde{a}(x)$ и $\tilde{a}_0(x)$ проще воспользоваться функциями $\Delta\tilde{a}(k)$ и $\tilde{a}_0(k)$, где k — номер участка на оси x (в нашем случае на оси Δa), для которого $\Delta\tilde{a} = \mathrm{const}$ (или $\tilde{a}_0 = \mathrm{const}$). Зависимости $\Delta\tilde{a}(k)$, $\tilde{a}_0(k)$, соответствующие кривым на рис. 1,*а* при $q \neq 0$, приведены на рис. 2,*а*. Для сравнения на рис. 2,*б*, *в* показаны аналогичные зависимости при $q=2^{-7}$ для чебышевской ($N=5$) и баттервортовской ($N=9$) аппроксимации соответственно. Значения N выбраны по требованиям к рассматриваемому ЦФНЧ. Относительно поведения $\bar{a}_0(k)$ все три аппроксимации практически эквивалентны. Влияние квантования коэффициентов на Δa сказывается слабее при баттервортовской аппроксимации. Однако при эллиптической и баттервортовской аппроксимациях допустимые решения имеют близкие $\Delta\bar{a}$, $\bar{a}_0$. Из рис. 2,а—в следует, что нельзя судить о преимуществе той или иной аппроксимации при использовании только одного набора исходных параметров для расчета ЦФ. Это необходимо иметь в виду при сопоставлении структур в отношении к проблеме квантования коэффициентов. В связи с этим выполненное в [8] сравнение структур ЦФ не совсем корректно, поскольку проводилось при одном наборе исходных параметров, и причем неблагоприятном для каскадных ЦФ, но достаточно выгодном для ЦФ с низкой чувствительностью в полосе пропускания из [8]. Так, запас на отклонение исходной характеристики в полосе пропускания был нулевым (т. е. $\Delta a=\Delta a_{\max}$), а в полосе задерживания — максимальным. Поэтому вывод [8] о преимуществе низкочувствительных ЦФ перед каскадными требует дополнительных подтверждений. Из общих положений синтеза стабильных цепей [9] следует, что низкая чувствительность ЦФ к изменению коэффициентов не гарантирует устранения сильных отклонений характеристик после квантования коэффициентов, в особенности при больших q, для которых теория чувствительности первого порядка несправедлива. Случай больших q наиболее интересен с точки зрения упрощения аппаратурной реализации ЦФ.

Описанный в статье наглядный подход позволяет анализировать влияние квантования коэффициентов при любых q, более того, при произвольном законе квантования, и может служить хорошим средством для изучения затронутой проблемы или для выявления наилучшего сочетания возможных исходных параметров типа аппроксимации и структуры ЦФ в конкретных практических применениях.

Литература

[1] *Эвенхауз.* Зарубежная радиоэлектроника, 1973, № 8.
[2] *Hadjifotiou A., Appliby D. J.* The Radio and Electronic Engineer, 1976, v. 46, № 1.
[3] *Crochiere R. E.* IEEE Trans., 1975, CAS-22, № 3.
[4] *Dehner G.* AEÜ, 1975, B. 29, № 4.
[5] *Мингазин А. Т.* Электросвязь, 1983, № 7.
[6] *Мингазин А. Т.* Электронная техника, 1983, сер. 10, № 6.
[7] *Brglez F.* IEEE Trans., 1978, CAS-25, № 12.
[8] *Вайдьянатхан П. П., Митра С. К.* ТИИЭР, 1984, т. 72, № 4.
[9] Синтез активных *RC*-цепей / Под ред. А. А. Ланнэ.— М.: Связь, 1975.

Поступила 1 августа 1986 г.

С. Д. Воробьев, Л. С. Цилькер

УДК 681.7.063:621.37/.39:534

Способ реализации дискретного преобразования Фурье в радиотехнических системах

Рассмотрен способ реализации дискретного преобразования Фурье, позволяющий строить простые, быстродействующие и экономичные схемы фурье-процессоров.

Для N-точечного дискретного преобразования Фурье (ДПФ)

$$\mathrm{F}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{u}_n \mathrm{W}^{mn}, \tag{1}$$

где $\mathrm{W}=\exp(\mathrm{i}2\pi/N)$; n — номер выборки сигнала u_n; m — номер частотного отсчета; $n, m=\overline{0, N-1}$, существуют различные способы реализации, однако все они обладают определенными недостатками. Так, метод быстрого преобразования Фурье более пригоден для применения в ЭВМ, а параллельное формирование набора сумм вида (1) с различными m слишком громоздко.

Более удобен способ формирования ДПФ на основе ЛЧМ-преобразования [1], позволяющий строить схемы фурье-процессора (ФП) типа трансверсального фильтра, но он требует умножитель на ЛЧМ-сигнал, аналоговый регистр сдвига (РС) длины