

УДК 621.372.54

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧЕТЫРЕХ СТРУКТУР БИХ-ФИЛЬТРОВ

Мингазин А.Т., в.н.с., к.т.н., РАДИС Лтд, Москва, Зеленоград, e-mail: alexmin@radis.ru.

COMPARATIVE ANALYSIS OF FOUR IIR FILTER STRUCTURES

Mingazin A.T.

The comparative analysis of the output roundoff noise-signal ratio and coefficient wordlength dependences from the filter order for fixed-point low-pass IIR filters is presented. Two cascade filter structures on the direct and optimal form sections and two filter structures based on all-pass networks on the direct and wave form sections are discussed. An one-parameter algorithm based on variation of initial parameters leads to the minimum coefficient wordlength. A heuristic section allocation procedure built-in this algorithm minimizes the noise-signal ratio for the cascade filters.

Key words: IIR filter, roundoff noise-signal ratio, coefficient wordlength, cascade filter structures, filter structures based on all-pass networks, variation of initial parameters, a heuristic section allocation procedure.

Ключевые слова: БИХ-фильтр, отношение шум/сигнал, длина слова коэффициентов, каскадные структуры фильтров, структуры фильтров на основе фазовых цепей, вариация исходных параметров, эвристическая расстановка звеньев фильтра.

Введение

В тех ситуациях, когда ресурсы используемой элементной базы ЦОС достаточно велики проектирование цифровых фильтров не представляет проблему, поскольку можно не задумываться о выборе их структуры, об искажениях их частотных/временных характеристик, о возникающих в них шумах и паразитных колебаниях, обусловленных конечной разрядностью используемой арифметики. В других ситуациях, особенно на высоких рабочих частотах при жестких требованиях к характеристикам, когда для системы ЦОС, реализуемой на заказных или полужаказных СБИС, важно минимизировать площадь кристалла, мощность потребления и получить максимальное быстродействие, проблема проектирования цифровых фильтров для таких систем, остается чрезвычайно сложной и по существу нерешенной, поскольку связана в общем случае с одновременным решением задачи целочисленного нелинейного программирования, синтеза структуры и обеспечения устойчивости нелинейных цепей. Поэтому на практике обычно используется упрощенное проектирование для известных или вновь предлагаемых структур фильтров с применением тех или иных методов синтеза фильтров с квантованными коэффициентами. Сравнение полученных решений позволяет выбрать из них наилучшее.

Несмотря на большой накопленный опыт в области проектирования цифровых фильтров явно не хватает публикаций, таких как, например, [1-3], в которых проводится сравнительный анализ ряда структур цифровых БИХ-фильтров в условиях конечной арифметики. Так в [1] сравниваются уровни усиления шума округления фазовых звеньев волновой и прямой формы, звеньев Митры-Хирано, а также уровни усиления шума и длина

Рассматриваются БИХ-фильтры нижних частот, оперирующие с фиксированной точкой. Представлен сравнительный анализ зависимостей выходного отношения шум/сигнал (Ш/С) и длины слова коэффициентов от порядка фильтров соответствующих двум каскадным структурам на звеньях прямой и оптимальной формы и двум структурам на основе фазовых цепей на звеньях прямой и волновой формы. Для всех структур фильтров длина слова коэффициентов минимизируется с помощью однопараметрического алгоритма вариации исходных параметров. Для каскадных фильтров отношение Ш/С минимизируется с помощью встроенной в этот алгоритм процедуры эвристической расстановки звеньев.

слова коэффициентов фильтров нижних частот на основе этих звеньев. Анализ уровней усиления шума каскадных фильтров нижних частот с непрерывными коэффициентами на звеньях прямой, канонической и оптимальной формы посвящена работа [2], где также сопоставлены простые правила и оптимальный метод полюсно-нулевой расстановки для минимизации этих уровней. В [3] проводится анализ полосовых фильтров применительно к двум каскадным структурам на звеньях прямой и оптимальной формы, а также к двум структурам на основе фазовых цепей на звеньях прямой и волновой (на базе адаптеров из [4]) формы по ряду параметров шума, границе предельного цикла и длине слова коэффициентов. Для минимизации длины слова коэффициентов используется однопараметрический алгоритм вариации исходных параметров (ВИП), а для минимизации выходного отношения Ш/С в каскадных фильтрах применена встроенная в этот алгоритм процедура из [5], генерирующая пять эвристических расстановок звеньев с одинаковым способом формирования полюсно-нулевых пар. Эта процедура приводит к оптимальным результатам, в частности полученным в [2], или очень близким к таковым.

В данной статье продолжено исследование четырех названных структур БИХ-фильтров, с применением того же подхода, что и в [3]. Сравнительный анализ сосредоточен на зависимостях отношения Ш/С и длины слова коэффициентов от порядка фильтров нижних частот. Как и в [1-3] предполагается оперирование всех структур с

фиксированной точкой. Материалы статьи были представлены на конференции DSPA-2018 и часть из них опубликована в трудах [6].

Описание звеньев для четырех структур БИХ-фильтров

Приведем передаточные функции звеньев, на базе которых строятся обсуждаемые фильтры. Структуры звеньев хорошо известны (см., например, [1-4]). Индексацию коэффициентов, обозначающую номер звена, опустим.

Каскадные фильтры нижних частот состоят из звеньев не выше второго порядка. Передаточные функции звеньев прямой и оптимальной формы имеют вид

$$H_i(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \text{ и } H_i(z) = \mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + d,$$

где \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{C} – матрицы 2×2 , 2×1 и 1×2 , соответственно, \mathbf{I} – единичная матрица 2×2 . Обозначим каскадные фильтры на звенья прямой и оптимальной формы как КПФ и КОФ.

Фильтры нижних частот на основе параллельного соединения двух фазовых цепей могут быть только нечетного порядка. Каждая цепь – это каскад звеньев не выше второго порядка. Передаточные функции фазовых звеньев второго порядка прямой и волновой формы имеют вид

$$P_i(z) = \frac{a_2 + a_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \text{ и } P_i(z) = \frac{-\gamma_1 + \gamma_2(\gamma_1 - 1)z^{-1} + z^{-2}}{1 + \gamma_2(\gamma_1 - 1)z^{-1} - \gamma_1 z^{-2}}.$$

Обозначим фильтры на основе фазовых цепей на звеньях прямой и волновой формы как ФПФ и ФВФ.

Положим, что для обсуждаемых фильтров используется $L_\infty = 1$ – масштабирование, которое учитывается в коэффициентах представленных передаточных функций. В фильтрах на основе фазовых цепей такое масштабирование обеспечивается автоматически. Однако для уменьшения шума в фильтрах на волновых звеньях [4] применим масштабирование внутри этих звеньев с помощью множителей равных степени двойки [1, 3].

Прежде чем перейти к сравнительному анализу зависимостей отношения Ш/С и длины слова коэффициентов от порядка обсуждаемых фильтров проиллюстрируем влияние исходных параметров АЧХ на отношение Ш/С при фиксированном порядке этих фильтров, затем поясним однопараметрический алгоритм ВИП.

Отношение Ш/С и исходные параметры АЧХ

Определим отношения шум/сигнал на выходе любого из рассматриваемых фильтров как

$$\text{Ш/С} = 10 \lg \frac{2GV^2}{3|H(z)|_{\max}^2} - 6B = 10 \lg R - 6B, \quad (1)$$

где $H(z)$ – передаточная функция фильтра, G – усиление шума округления переменных в фильтре, $V = 1$ при $V_{\max} \leq 1$ и $V = V_{\max}$ при $V_{\max} > 1$, V_{\max} – максимум из всех максимумов модулей промежуточных передаточных функций (в том числе $|H(z)|_{\max}$), подвергнутых $L_\infty = 1$ –

масштабированию, B – длина слова переменных с учетом знака, сохраняемая после округления. Здесь, как и в [3], положено, что округление переменных в каждом звене фильтров выполняется после суммирования и гармонической входной сигнал имеет единичную амплитуду.

Это выражение отличается от представленного в [3] наличием параметра V . Поясним введение этого параметра. Сразу отметим, что для рассматриваемых фильтров на основе фазовых цепей $V = 1$. В каскадных же фильтрах при принятом способе учета масштабирования и особенно при малой длине слова коэффициентов, максимумы модулей промежуточных передаточных функций, могут заметно превышать единицу, что оправдывает появление в (1) параметра V равного в этом случае V_{\max} . На практике это означает, что входной сигнал спроектированного фильтра при $V_{\max} > 1$ должен быть ограничен величиной $1/V_{\max}$. Если $V \cong 1$, то отличия отношения Ш/С от усиления шума $10 \lg G$ и от параметра $10 \lg R$ фиксированы и составляют $\cong 3$ дБ и $\cong 1,8$ дБ, соответственно. Заметим, что введение V для каскадных фильтров существенно увеличивает время оценки (1) на компьютере.

Согласно (1), отношение Ш/С может быть сделано сколь угодно малым за счет увеличения длины слова B , а уменьшение отношения Ш/С на 6 дБ позволяет уменьшить значение B на 1 бит. Далее в тексте будем называть отношением Ш/С величину $\text{Ш/С} + 6B$, т.е. параметр $10 \lg R$, который не зависит от B .

Теперь проиллюстрируем зависимость отношения Ш/С от исходных параметров АЧХ при фиксированном порядке фильтра N . Зададимся следующими требованиями к АЧХ фильтра нижних частот:

$$f_{1n} = 0,04; f_{2n} = 0,08; \Delta a_{\max} = 1 \text{ дБ}; a_{0\min} = 80 \text{ дБ}. \quad (2)$$

В этом перечне параметров даны две номинальные граничные частоты, а также предельно допустимые неравномерность и минимальное ослабление, соответственно в полосе пропускания и задерживания. Частота дискретизации положена равной единице.

Для всех задаваемых далее номинальных граничных частот будем сохранять постоянным отношение

$$\text{tg}(\pi f_{2n}) / \text{tg}(\pi f_{1n}) = 2,03244 \quad (3)$$

которое справедливо для частот в (2).

На рис.1 показана область допустимых исходных параметров (ДИП) фильтра нижних частот Золотарева-Кауэра 7-го порядка удовлетворяющего требованиям (2). На рис. 1 а показана область со штриховкой, а на рис. 1 б без штриховки образующих поверхностей с началом координат в точке А. Любая точка области ДИП, включая ее границы, может быть выбрана в качестве исходной для расчета фильтра. Описание подобных областей дано в [7].

В табл. 1 представлены результаты расчетов отношения Ш/С для характерных точек А, В, ..., F области ДИП на рис. 1, причем для всех четырех обсуждаемых структур БИХ-фильтров. Недостающие координаты (Δa , f_1 , f_2) для точек В, С, ..., F соответствуют точке А. Как видим, разброс полученных значений отношения Ш/С в зависимости от структуры и исходной точки в области ДИП составляет ≈ 19 дБ. Для всех структур лучший

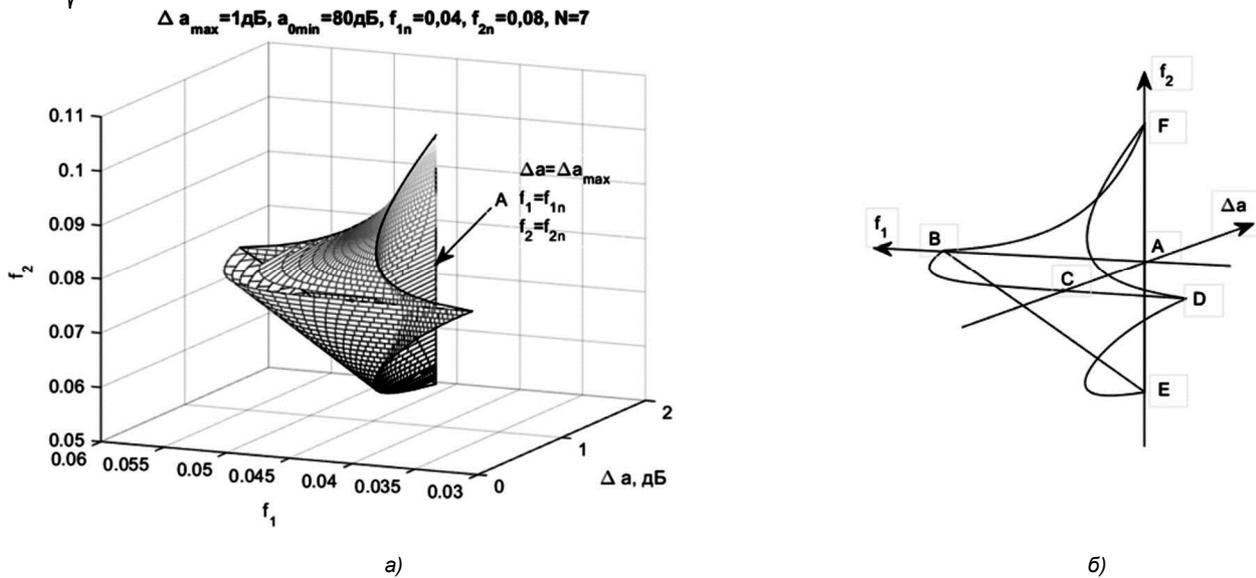


Рис. 1. Область ДИП фильтра нижних частот Золотарева-Кауэра со штриховкой (а) и без штриховки (б) образующих поверхностей

Таблица 1. Отношение Ш/С+6 В для характерных точек области ДИП при $f_{1n} = 0,04$

Точка в области ДИП	Отношение Ш/С+6В, дБ			
	КПФ	КОФ	ФПФ	ФВФ
A: $\Delta a = \Delta a_{\max}, f_1 = f_{1n}, f_2 = f_{2n}$	30,2	19,4	22,2	22,4
B: $f_1 = 0,055625$	26,0	18,0	18,2	20,7
C: $\Delta a = 0,003244$ дБ	21,9	13,0	15,5	17,7
D: $\Delta a = 4,45e-5$ дБ, $f_1 = 0,030424$	21,0	11,5	15,0	16,9
E: $f_2 = 0,057834$	30,1	19,3	22,3	23,0
F: $f_2 = 0,103844$	30,2	19,5	22,1	22,2

Таблица 2. Отношение Ш/С+6 В для характерных точек области ДИП при $f_{1n} = 0,25$

Точка в области ДИП	Отношение Ш/С+6В, дБ			
	КПФ	КОФ	ФПФ	ФВФ
A: $\Delta a = \Delta a_{\max}, f_1 = f_{1n}, f_2 = f_{2n}$	10,9	13,4	3,4	13,3
B: $f_1 = 0,302306$	11,0	13,4	3,9	14,6
C: $\Delta a = 0,003244$ дБ	5,8	8,4	0,3	9,4
D: $\Delta a = 4,45e-5$ дБ, $f_1 = 0,206639$	4,7	7,2	-0,4	8,0
E: $f_2 = 0,308259$	11,1	13,4	3,8	13,8
F: $f_2 = 0,386248$	10,9	13,5	3,2	13,1

результат соответствует точке D, но отличия значений для точек C и D (две выделенные строки в табл. 1) малы и составляют в зависимости от структуры всего 0,5-1,4 дБ. Для данных требований лучшей является структура КОФ (выделенный столбец). Точка глобального минимума отношения Ш/С находится где-то рядом с точками C и D, но врядли этот минимум сильно отличается от значений, полученных для этих точек.

В табл. 2 приведены результаты, подобные представленным в табл. 1 для тех же Δa_{\max} и $a_{0\min}$, что и в (2), но при $f_{1n} = 0,25$ и $f_{2n} = 0,354455$. Разброс отношений Ш/С в зависимости от структуры и исходной точки в области ДИП здесь составляет 15 дБ. По прежнему лучшие результаты соответствуют точкам C и D области ДИП, но наилучшей является структура ФПФ, а не КОФ как в табл. 1.

Для каскадных структур КПФ и КОФ результаты в табл. 1 и табл. 2 соответствуют применению процедуры эвристической расстановки звеньев [5], полусно-нулевое объединение в которой выполняется по известному правилу ближайших полюсов и нулей [2, 3, 5]. Независимо от порядка фильтра в процедуре генерируется

всего пять расстановок звеньев для выбора варианта с наименьшим отношением Ш/С.

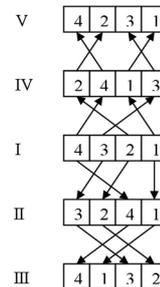


Рис. 2. Схема генерирования пяти расстановок звеньев для каскадных фильтров нижних (верхних) частот 7-го или 8-го порядка

Схема генерирования расстановок звеньев для каскадных фильтров нижних (верхних) частот 7-го или 8-го порядка, которую легко распространить на произвольный порядок N , показана на рис. 2. Варианты II-V получены из исходного варианта I с расстановкой 4 3 2 1 соответствующей добротностям полюсов $Q_4 < Q_3 < Q_2 < Q_1$ или их радиусам $r_4 < r_3 < r_2 < r_1$, что для фильтров нижних

или верхних частот эквивалентно. В [5] схема генерирования расстановок представлена также и для полосовых (режекторных) фильтров.

Иллюстрация однопараметрического алгоритм ВИП

Определим длину слова дробной части коэффициентов фильтра как $M = -\log_2 q$, где q – шаг квантования равной степени двойки.

В звеньях прямой и оптимальной формы для представления коэффициентов могут понадобиться биты целой части и бит знака. Для звеньев оптимальной формы в составе каскадного фильтра биты целой части не требуются при условии, что применен оптимальный метод полюсно-нулевой расстановки [2]. В звеньях волновой формы на базе адаптеров [4] коэффициенты всегда положительные и меньше единицы. При этом длину слова коэффициентов можно уменьшить благодаря их модифицированному представлению [3]. Напомним, что конфигурации адаптеров и значения их коэффициентов зависят от коэффициентов передаточных функции фазовых звеньев $P_i(z)$. Все эти особенности необходимо принимать во внимание на практике при окончательном выборе одной из обсуждаемых структур фильтров.

Перейдем к иллюстрации однопараметрического алгоритма ВИП, в котором вариации подлечит лишь один исходный параметр АЧХ, а именно неравномерность в полосе пропускания Δa в диапазоне от Δa_{\min} до Δa_{\max} . В области ДИП на рис. 1 б движение происходит по оси Δa от точки С к точке А для каждого значения длины слова коэффициентов $M = 1, 2, \dots$ до тех пор, пока для некоторых Δa и M не будет найдено допустимое решение с неравномерностью не более Δa_{\max} и ослаблением АЧХ не менее $a_{0\min}$. Указанный диапазон Δa содержит конечное число интервалов разной длины, каждому из которых соответствует свой вектор квантованных коэффициентов. Для соседних интервалов векторы отличаются лишь одним из коэффициентов и причем на величину q , если только при бесконечно малом приращении Δa не происходит одновременное изменение нескольких квантованных коэффициентов. В процессе поиска решения текущий шаг вариации Δa корректируется, чтобы на каждом интервале выполнялась лишь одна проверка АЧХ на допустимость. Для каскадных фильтров каждому интервалу соответствует пять расстановок звеньев и в случае получения для них допустимых решений выбирается лучший вариант по отношению Ш/С.

На рис. 3 процесс вариации исходного параметра Δa иллюстрируется для структуры ФПФ. Требования к АЧХ рассмотрены ранее и указаны в верхней части рисунка. Здесь показаны две зависимости максимальной ошибки АЧХ e_{∞} от исходной неравномерности Δa , которые соответствуют квантованным при $M = 7$ (это минимальная длина слова) и непрерывным коэффициентам ($M = \infty$) фильтров Золотарева-Кауэра. При этом $\Delta a_{\min} = 0,003244$ дБ.

Для допустимых решений на рис. 3 $e_{\infty} \leq 0$ дБ. Как видим при $M = 7$ имеет место всего три таких решения. Поскольку малым значениям Δa , как проиллюстрировано выше, соответствуют меньшие отношения Ш/С, то

после нахождения первого допустимого решения процесс поиска можно остановить. Однако, при грубом квантовании коэффициентов первое допустимое решение не всегда приводит к наименьшему отношению Ш/С, что наблюдалось для каскадных структур фильтров. Тем не менее начало поиска от $\Delta a = \Delta a_{\min}$ до Δa_{\max} , а не наоборот, позволяет косвенно минимизировать отношение Ш/С. Очевидно, что если решение получено для Δa , близкого к Δa_{\max} , то увеличив длину слова коэффициентов и повторив алгоритм ВИП, можно уменьшить отношение Ш/С.

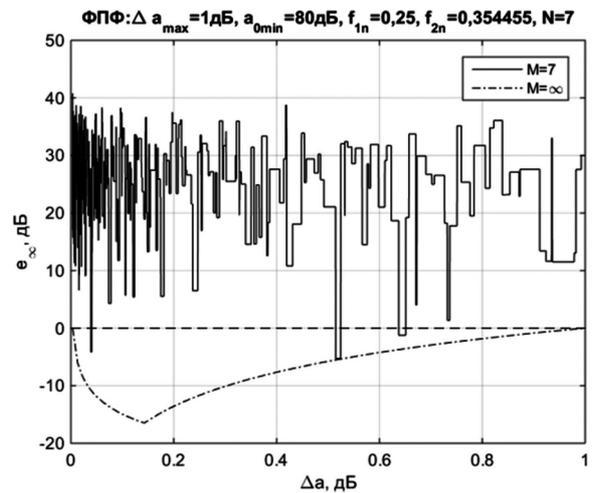


Рис. 3. Зависимости максимальной ошибки АЧХ от исходной неравномерности

Распечатка результатов синтеза для первого допустимого решения на рис. 3 представлена на рис. 4, где наряду с коэффициентами приведены исходные данные и целый ряд параметров фильтра, которые были детально пояснены в недавно опубликованной статье [3].

ДИФИД-СИНТЕЗ:		
БИХ-фильтр нижних частот 7-го порядка		
Частота дискретизации	1.000000	
Граничные частоты	0.250000, 0.354455	
Прототип Золотарева-Кауэра		
Билинейное преобразование		
Вариация исходных параметров		
Сумма двух фазовых цепей на звеньях прямой формы		
Масштабирование Linf= 1.00		
Неравномерность АЧХ, дБ	0.045 (<= 1.000)	
Ослабление АЧХ, дБ	84.139 (>= 80.000)	
Максимальная ошибка	0.621	
Коэффициент передачи	1.000	
Неравномерность ХГВЗ	10.217	
Максимум ХГВЗ	12.570	
Нелинейность ФЧХ, гр.	33.033	
Наклон ЛФЧХ	-3.838	
Усиление мощности шума, дБ	2.746 (1 бит)	
Усиление ПС шума, дБ	6.065 (2 бит)	
Максимум ОСПМ шума, дБ	11.117 (2 бит)	
Граница предельного цикла, дБ	18.940 (4 бит)	
Отношение шум/сигнал, дБ	0.985-68	
Квантованные коэффициенты с шагом=2 ⁻⁷ :		
i	a1[i]	a2[i]
1	-0.343750000000000	0.000000000000000
2	-0.492187500000000	0.265625000000000
3	-0.125000000000000	0.562500000000000
4	0.117187500000000	0.851562500000000

Рис. 4. Распечатка результатов синтеза фильтра на основе структуры ФПФ

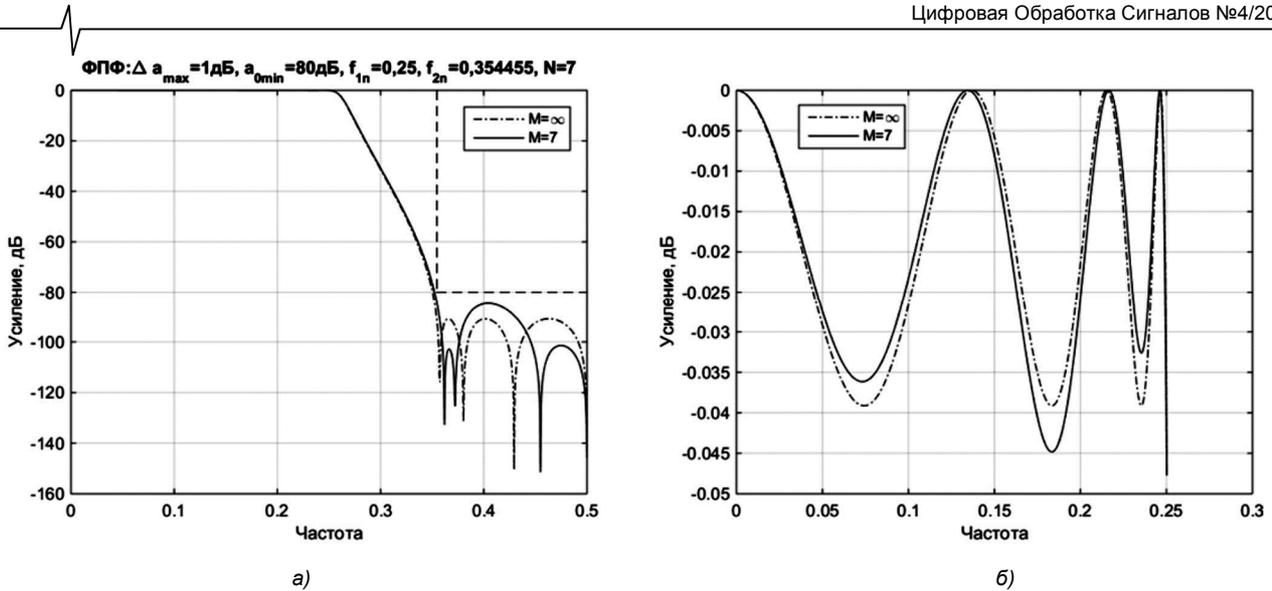


Рис. 5. АЧХ фильтров нижних частот в основной полосе (а) и в полосе пропускания (б)

На рис. 5 показаны АЧХ двух фильтров в основной полосе частот (а) и в полосе пропускания (б). Значению $M = \infty$ соответствуют непрерывные, а значению $M = 7$ – квантованные коэффициенты. Последние приведены в распечатке на рис. 4. Как видим неравномерность и ослабление АЧХ при $M = 7$ согласуются с приведенными значениями в распечатке.

Отношение Ш/С, длина слова коэффициентов и порядок фильтров

Проиллюстрируем зависимости отношения Ш/С и длины слова коэффициентов от порядка обсуждаемых фильтров. Для этого вернемся к требованиям (2), которым удовлетворяет фильтр Золотарева-Кауэра минимального порядка $N = 6$ и с ослаблением $a_0 = a_{0\max} \approx 87$ дБ. С ростом N при сохранении (2) ослабление будет расти. С другой стороны, каждому $N \geq 6$ при $a_0 = a_{0\min} = 80$ дБ соответствует свое значение Δa_{\min} , уменьшающееся с ростом N , так, например, при $N = 6$ и $N = 15$ имеем $\Delta a_{\min} \approx 0,183$ дБ и $\Delta a_{\min} \approx 2,6e-17$ дБ. По существу Δa_{\min} – вектор, значения компонентов которого зависят от N . Будем иметь это ввиду для правильного понимания зависимостей отношения Ш/С от N при $\Delta a = \Delta a_{\min}$.

Для каскадных структур КФФ и КОФ на рис. 6 а, б при $\Delta a = \Delta a_{\max}$ и $\Delta a = \Delta a_{\min}$ представлены три варианта зависимости отношения Ш/С от N , а именно для упрощенных расстановок звеньев – в порядке уменьшения (кривая 1) и увеличения (кривая 2) полюсных радиусов звеньев, а также для лучшей из пяти упомянутых выше эвристических расстановок звеньев (кривая 3).

При $\Delta a = \Delta a_{\max}$ с ростом N наблюдается увеличение отношения Ш/С, причем степень увеличения существенно меньше для эвристической расстановки звеньев в сравнении с двумя другими (≈ 10 дБ против ≈ 40 дБ при изменении N от 6 до 15 на рис. 6 а, б).

Совсем по иному обстоят дела при $\Delta a = \Delta a_{\min}$. Так с ростом N наблюдается уменьшение отношения Ш/С, правда в самом начале кривых и всего на несколько децибел, а затем – незначительное увеличение. В этом

случае кривые 1-3 очень близки, но относительное их размещение сохраняется, как и при $\Delta a = \Delta a_{\max}$.

Подъем кривых на рис. 6 а, б объясняется ростом количества источников шума и их уровней, а спад – компенсацией этого роста снижением шума от каждого источника.

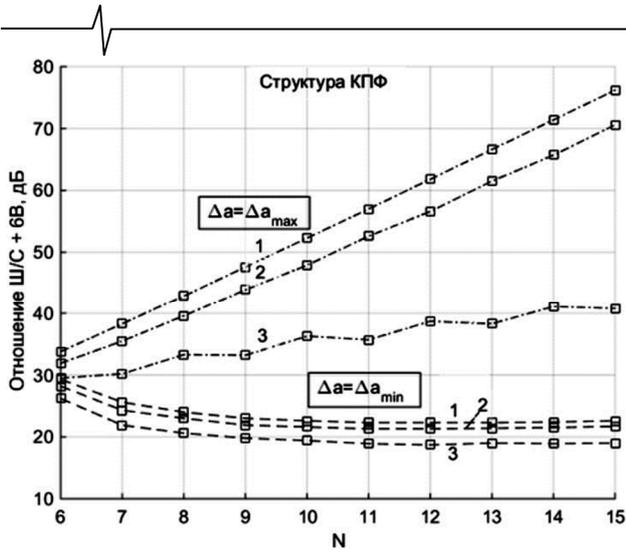
Как показывают дополнительные расчеты для ряда других граничных частот, степень различия кривых 1-3 примерно сохраняется, причем как при $\Delta a = \Delta a_{\max}$, так и при $\Delta a = \Delta a_{\min}$.

Для удобства сравнения на рис. 6 в, г даны зависимости отношения Ш/С от N для всех четырех структур при $\Delta a = \Delta a_{\max}$ и $\Delta a = \Delta a_{\min}$. Для каскадных структур эти зависимости перенесены с рис. 6 а, б и соответствуют кривым 3. Наилучший результат дает структура КОФ, а наихудший – структура КФФ.

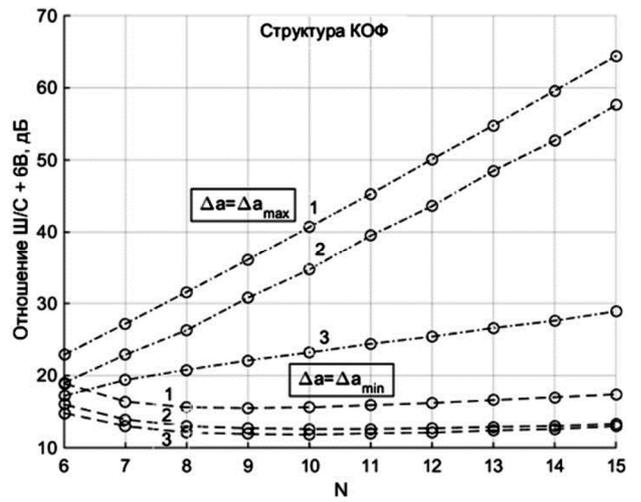
Зависимости отношения Ш/С от N для квантованных коэффициентов показаны на рис. 7 а. Как видим диапазон изменения отношения Ш/С составляет ≈ 17 дБ. Здесь каждому значению N соответствует определенная длина слова коэффициентов, полученная однопараметрическим алгоритмом ВИП. Для каскадных фильтров в этот алгоритм, как было отмечено выше, встроена процедура эвристической расстановки звеньев. Заметим, что в ряде случаев использование этой процедуры вместо двух упрощенных расстановок позволяет найти решения с меньшей (на 1-2 бита) длиной слова коэффициентов.

Зависимости длины слова коэффициентов от N показаны на рис. 7 б. Как видим, длина слова принимает значения от 3 до 10 бит. Для структуры ФВФ даны две кривые, соответствующие обычному (обозначение ФВФ-1) и упомянутому выше модифицированному (обозначение ФВФ-2) представлению квантованных коэффициентов. Наибольшее снижение длины слова коэффициентов за счет увеличения N характерно каскадным структурам.

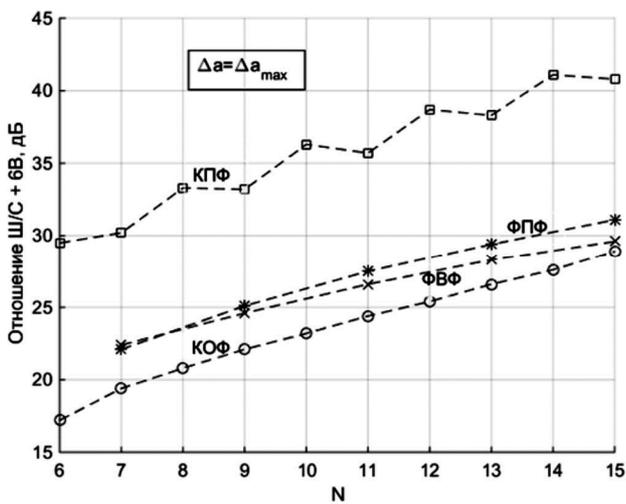
Согласно рис. 7 наилучшие результаты для всех значений N свойственны наиболее сложной структуре КОФ. Сильная нерегулярность некоторых кривых на рис. 7 обусловлена главным образом субоптимальностью однопараметрического алгоритма ВИП отмеченной в [3].



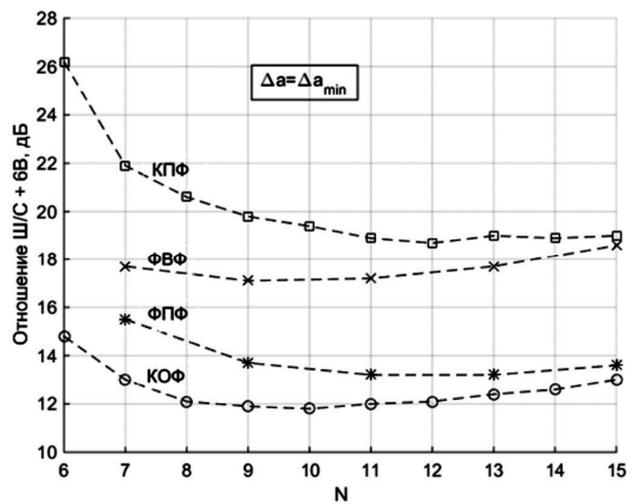
а)



б)

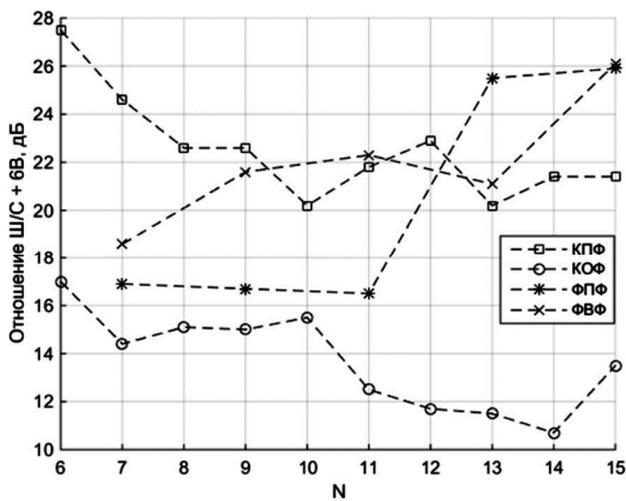


в)

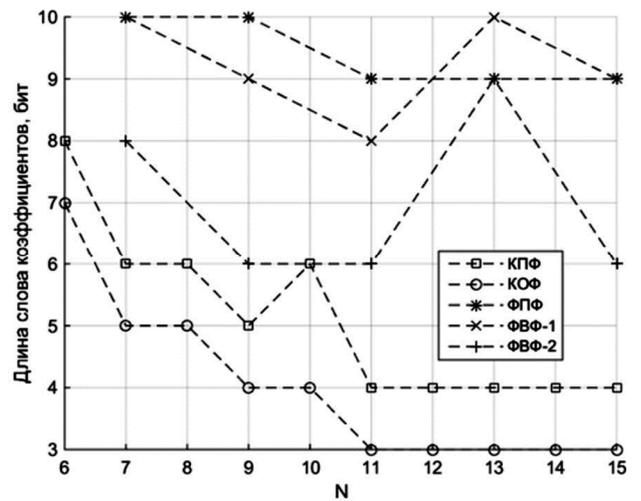


г)

Рис. 6. Зависимости отношения Ш/С от порядка фильтра для структур КПФ (а), КОФ (б), КПФ, КОФ, ФПФ, ФВФ (в, г) при требованиях (2)



а)



б)

Рис. 7. Зависимости отношения Ш/С для квантованных коэффициентах (а) и длины слова коэффициентов (б) от порядка фильтров при требованиях (2)

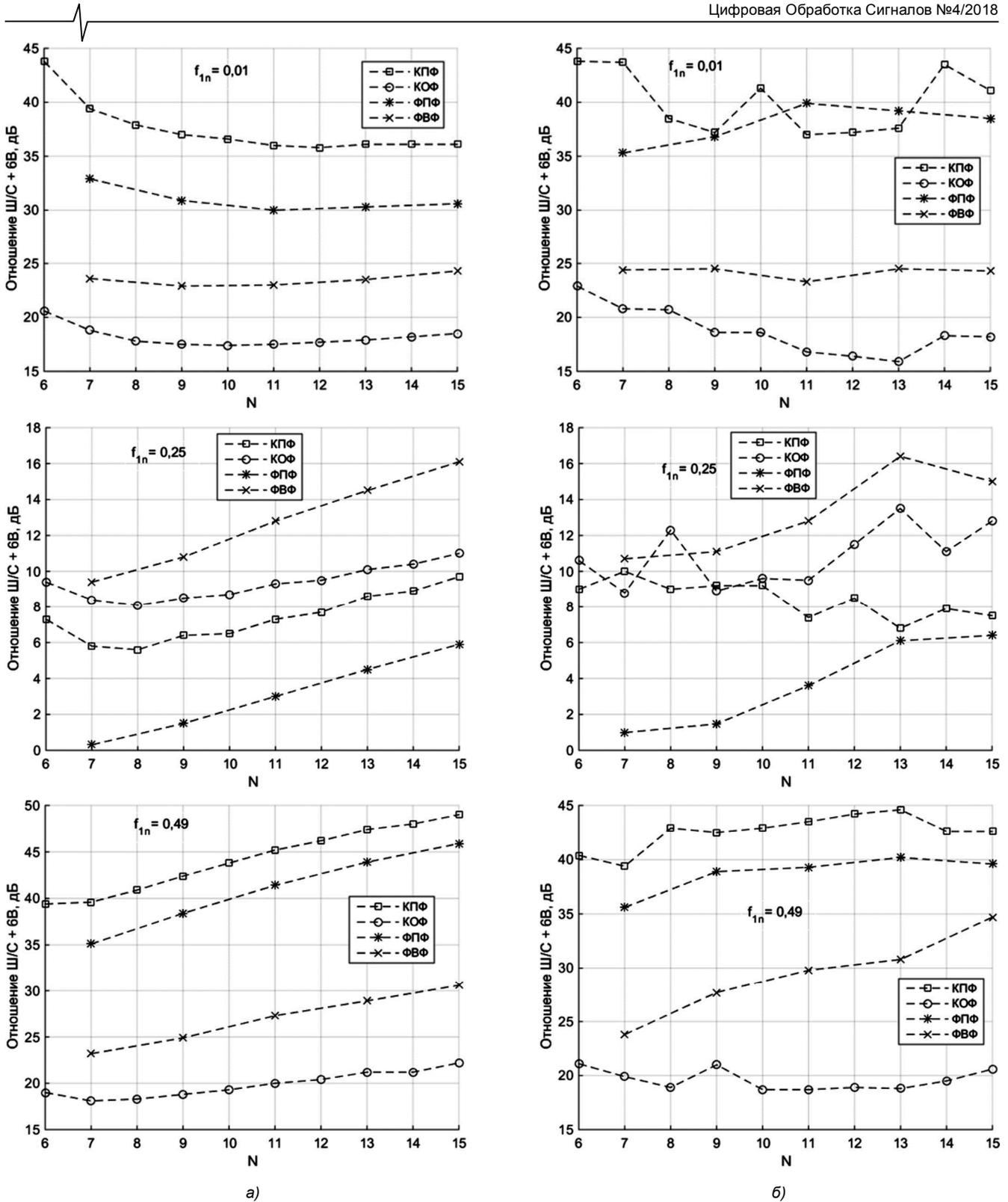


Рис. 8. Зависимости отношения Ш/С от порядка фильтров для трех значений граничной частоты f_{1n} при непрерывных (а) и квантованных коэффициентах (б)

Дополнительные исследования

В начале выполним сравнение рассматриваемых зависимостей для трех граничных частот $f_{1n} = 0,01, 0,25$ и $0,49$ при условии (3). Как и в (2) значения $\Delta a_{\max} = 1$ дБ, $a_{0\min} = 80$ дБ. Результаты представлены на рис. 8 и рис. 9.

На рис. 8 показаны зависимости отношения Ш/С от N для непрерывных и квантованных коэффициентов, а на

рис. 9 – соответствующие зависимости длины слова коэффициентов от N . Кривые на рис. 8 можно сопоставить с приведенными на рис. 6 г и рис. 7 а, а кривые на рис. 9 – с приведенными на рис. 7 б.

При $f_{1n} = 0,01$ и $f_{1n} = 0,49$ наилучшие результаты по двум обсуждаемым параметрам свойственны структуре КОФ для всех значений $N = 6, \dots, 15$. При $f_{1n} = 0,25$ преимущественно по отношению Ш/С обладают структуры на основе фазовых цепей и в большей степени – структура

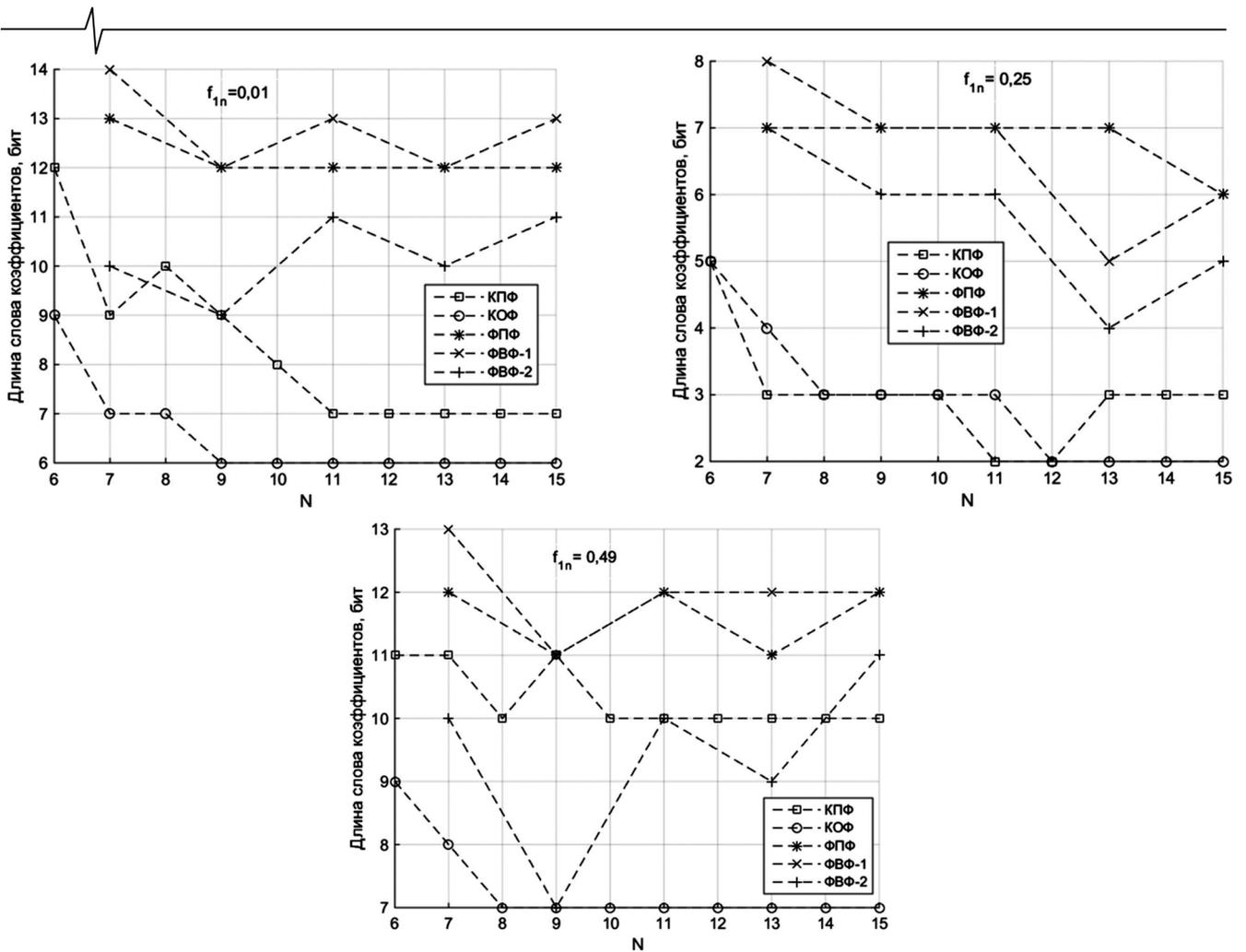


Рис. 9. Зависимости длины слова коэффициентов от порядка фильтров для трех значений граничной частоты f_{1n}

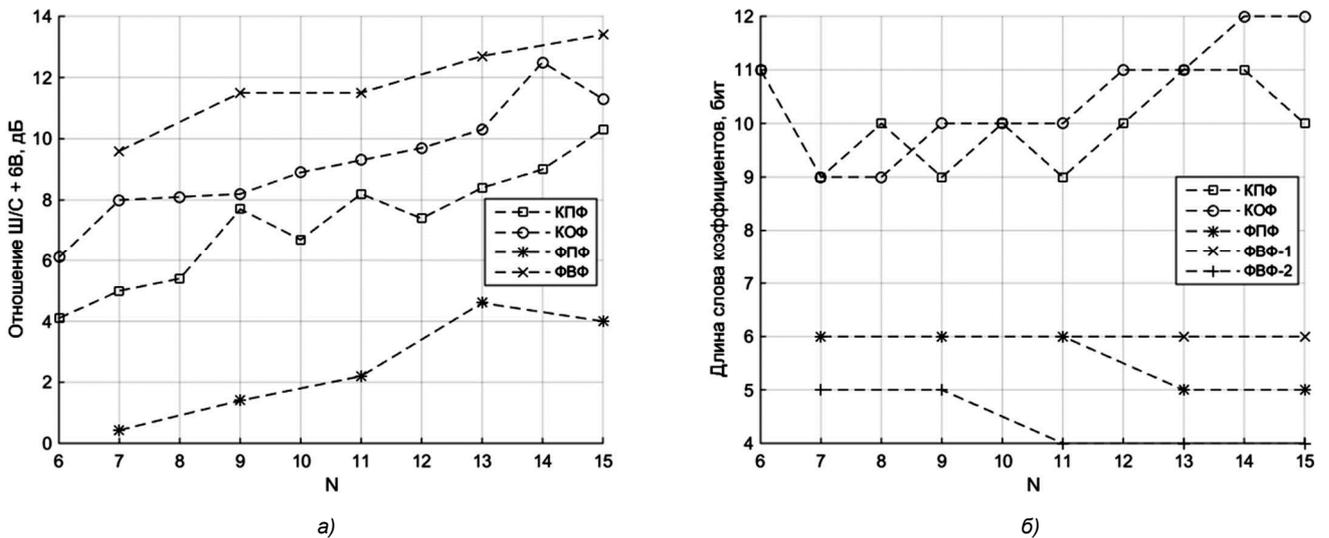


Рис.10. Зависимости отношения Ш/С для квантованных коэффициентах (а) и длины слова коэффициентов (б) от порядка фильтров при требованиях (4)

ФВФ, а по длине слова коэффициентов – каскадные структуры. Для каскадных структур при $f_{1n} = 0,49$ и для структур на основе фазовых цепей при всех трех значениях f_{1n} нет смысла увеличивать порядок фильтров более чем на 2.

Выполним теперь сравнение структур для очень малой неравномерности АЧХ при $f_{1n} = 0,25, f_{2n} = 0,354455,$

$$\Delta a_{\max} = 1 \cdot e^{-4} \text{ дБ}, a_{0\min} = 40 \text{ дБ}. \quad (4)$$

Такие малые значения Δa_{\max} как в (4) и даже много меньшие имеют место, например, в двухполосных банках БИХ-фильтров без наложений и амплитудных искажений [8]. Граничные частоты f_{1n} и f_{2n} удовлетворяют условию (3), а ослабление $a_{0\min}$ подобрано так, чтобы точное (нецелочисленное) значение минимального порядка фильтра Золотарева-Каузера примерно соответствовало требованиям (2).

Для четырех обсуждаемых структур фильтров на рис. 10 представлены результаты исследований. На рис. 10 а показаны зависимости отношения Ш/С от N для квантованных коэффициентов, а на рис. 10 б – зависимости длины слова коэффициентов от N . Кривые на рис. 10 а и рис. 10 б можно соответственно сопоставить с приведенными на рис. 8 б и рис. 9.

Относительное расположение кривых на рис. 10 а и рис. 8 б ($f_{in} = 0,25$) примерно сохраняется; по-прежнему структура ФПФ обладает минимальным отношением Ш/С для всех $N = 6, \dots, 15$. В тоже время относительное расположение кривых на рис. 10 б и рис. 9 ($f_{in} = 0,25$) сильно отличается. Согласно рис. 10 б, преимуществом по длине слова коэффициентов обладают структуры на основе фазовых цепей, а не каскадные структуры как на рис. 9.

Детальное сопоставление двух решений

Сопоставим два решения, полученных для структуры КОФ при $N = 6$ и $N = 11$. Звено второго порядка для этой структуры содержит 9 умножителей (т.к. имеем 4 коэффициента в матрице **A**, по 2 – в матрицах **B** и **C** и 1 коэффициент d) и 6 двухходовых сумматоров. Звено первого порядка содержит 4 умножителя (три коэффициента вместо матриц и коэффициенты d) и 2 сумматора.

В первом случае имеем три звена второго порядка, количество умножителей – $9 \times 3 = 27$ и сумматоров – $6 \times 3 = 18$. Во втором – одно звено первого порядка и 5 – второго, поэтому количество умножителей равно $9 \times 5 + 4 = 49$, а сумматоров – $9 \times 6 + 2 = 56$, что на мно-

го больше чем в первом случае, т.е. структура при $N = 6$ много проще чем при $N = 11$.

Теперь оценим сложность структур КОФ с учетом найденных квантованных коэффициентов. Из рассмотрения кривой для КОФ на рис. 7 а следует, что если длина слова переменных при $N = 6$ равна B бит, то при $N = 11$ она может быть равна $B - 1$ бит, из-за меньшего на ≈ 5 дБ отношения Ш/С. Согласно рис. 7 б при $N = 6$ длина слова коэффициентов с учетом знака равна $M + 1 = 7 + 1 = 8$, а при $N = 11$ – равна $M + 1 = 3 + 1 = 4$, что сильно упрощает параллельные умножители и сумматоры.

В табл. 3 и 4 представлены квантованные коэффициенты и даны оценки сложности структуры КОФ при $N = 6$ и $N = 11$ для реализаций на умножителях и с заменой их на сумматоры и элементы сдвига. В этих таблицах k^x – количество нетривиальных умножителей, а k^+ – количество структурных сумматоров в звене. Тривиальный умножитель – умножитель на коэффициент равный степени двойки.

Для первой реализации общее количество нетривиальных умножителей и структурных сумматоров при $N = 6$ равно 23 и 18, соответственно, а при $N = 11$ эти значения равны 18 и 21. Для второй реализации общее количество сумматоров (структурные + сумматоры, заменяющие все умножители) равно 44 и 38, соответственно при $N = 6$ и $N = 11$.

Таким образом, с учетом длин слов, указанных в фигурных скобках в табл. 3 и 4, обе реализации при $N = 11$ оказываются проще, чем при $N = 6$, хотя содержат большее число регистров (элементов задержки).

Таблица 3. Коэффициенты структуры КОФ при $N = 6$ и количество элементов в ее реализации

Звено	A		B	C ^t	d	k ^x	k ⁺
1	0,9375	0,1953125	1/128	0,9765625	0,0390625	8	6
	0,171875	0,9375	0,09375	0,0703125			
2	0,9296875	0,1171875	1/128	0,9609375	1/128	7	
	-0,0390625	0,9296875	0,15625	0,0546875			
3	0,953125	0,234375	1/64	0,953125	0,203125	8	
	-0,2578125	0,953125	0,1796875	0,1015625			

Количество элементов: нетривиальные умножители { $\leq 8\text{бит} \times B$ бит}: 23
 структурные сумматоры { $\leq B+7$ бит}: 18
 сумматоры { $\leq B+7$ бит}, заменяющие умножители: 26
 общее число сумматоров { $\leq B+7$ бит}: 44
 регистры { B бит}: 6

Таблица 4. Коэффициенты структуры КОФ при $N = 11$ и количество элементов в ее реализации

Звено	A		B	C ^t	d	k ^x	k ⁺
1	0,75	0	1/4	0,875	1/8	2	2
	0	0	0	0			
2	0,875	1/4	0	1	1/2	3	4
	-0,375	0,875	1/4	0			
3	0,75	0,375	0	0,875	1/8	4	5
	-1/8	0,75	1/4	1/8			
4	0,875	1/4	0	1	1/8	2	4
	-1/4	0,875	1/4	0			
5	0,75	1/4	0	0,75	0	3	2
	0	0,75	1/4	0			
6	0,875	1/4	0	0,75	1/2	4	4
	-0,375	0,875	1/2	0			

Количество элементов: нетривиальные умножители { $\leq 4\text{бит} \times (B-1)$ бит}: 18
 структурные сумматоры { $\leq B-1+3$ бит}: 21
 сумматоры { $\leq B-1+3$ бит}, заменяющие умножители: 17
 общее число сумматоров { $\leq B-1+3$ бит}: 38
 регистры { $B-1$ бит}: 11

Заключение

Рассмотрены четыре структуры БИХ-фильтров низких частот с фиксированной точкой: две каскадные структуры на звеньях прямой и оптимальной формы и две – на основе фазовых цепей на звеньях прямой и волновой формы. Для минимизации длины слова коэффициентов всех фильтров использован однопараметрический алгоритм вариации исходных параметров. Для каскадных фильтров отношение Ш/С минимизировано с помощью встроенной в этот алгоритм процедуры эвристической расстановки звеньев. Представлены зависимости двух параметров - выходного отношения Ш/С и длины слова коэффициентов от порядка фильтров для ряда требований к АЧХ. Анализ этих зависимостей позволяет отметить следующее.

Преднамеренно увеличивая порядок фильтров, можно существенно (иногда более чем в 2 раза) уменьшить длину слова коэффициентов и практически не ухудшить или даже несколько улучшить отношение Ш/С.

Для каскадных структур с граничными частотами вблизи 0,5 и для структур на основе фазовых цепей с граничными частотами во всей основной полосе нет смысла увеличивать порядок фильтров более чем на 2.

Для граничных частот вблизи 0 или 0,5 наилучшие результаты по двум анализируемым параметрам свойственны каскадной структуре на звеньях оптимальной формы.

Для граничных частот в окрестности 0,25 преимуществом по отношению Ш/С обладают структуры на звеньях прямой формы и в большей степени – структура на основе фазовых цепей, а по длине слова коэффициен-

тов – каскадные структуры. Преимущество каскадных структур утрачивается с требованием очень малой неравномерности АЧХ в полосе пропускания.

Литература

1. Renfors M., Zigouris E. Signal processor implementation of digital all-pass filters. // IEEE Trans. 1988. ASSP-36. No. 5. – P. 714-729.
2. Dehner G.F. Noise optimized IIR digital filter design – tutorial and some new aspects. // Signal Processing. 2003. Vol. 83. No. 8. – P. 1565-1582.
3. Мингазин А. Альтернативы синтеза БИХ-фильтров. // Компоненты и технологии. 2017. № 6. – С. 106-116.
4. Gazsi L. Explicit formulas for lattice wave digital filters. // IEEE Trans. 1985. CAS-32. No. 1. – P. 68-88.
5. Мингазин А.Т., Зорич А.А. Минимизация шума округления каскадных рекурсивных цифровых фильтров. // Электронная техника. 1992. Сер. 10. № 1, 2. – С. 37-43.
6. Мингазин А.Т. Шум, длина слова коэффициентов и порядок БИХ-фильтров. // 20-я Международная конференция. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». (DSPA-2018) – М.: Т. 1. – С. 208-213.
7. Мингазин А., Гордиенко С., Гуреев А. Проектирование БИХ-фильтров: область допустимых исходных параметров фильтров Золотарева-Кауэра. // Компоненты и технологии. 2016. № 10. – С. 122-126.
8. Вайдыанатхан П.П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: методический обзор. // ТИИЭР. 1990. Т. 78. №3. – С. 77-120.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещении рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA’».

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. По предварительным итогам за 2016 год по рейтингу Science Index базы РИНЦ (3,394) журнал «Цифровая обработка сигналов» занимает 344-ю позицию из почти 3000 представленных изданий. Импакт-фактор журнала за 5-летний период цитируемости составил 0,535!

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 1 март 2019 г. Тематический выпуск: «ЦОС в инфокоммуникационных системах».

№ 2 июнь 2019 г. Тематический выпуск по материалам 21-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».

№ 3 сентябрь 2019 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 декабрь 2019 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.

1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.
Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru