DSPA, 2010, март-апрель, Т.1, 117-120.

НЕЦЕЛОЧИСЛЕННЫЙ ПОРЯДОК В СИНТЕЗЕ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ ФАЗОВЫХ ЦЕПЕЙ С КОНЕЧНОЙ ДЛИНОЙ СЛОВА КОЭФФИЦИЕНТОВ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд, Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20.

Тел./факс. 499-735-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Рассматривается задача синтеза цифровых фильтров на основе параллельного соединения двух фазовых цепей с конечной длиной слова коэффициентов. Для ее решения предлагается использовать модифицированный алгоритм вариации исходных параметров. Суть модификации - использование еще одного варьируемого параметра, а именно порядка фильтра, который может изменяться непрерывно, принимая нецелочисленные значения в соотношениях для расчета коэффициентов. При этом собственно порядок фильтра остается неизменным и равным целому числу. Эффективность алгоритма подтверждена примерами синтеза.

Введение. Структура цифрового фильтра на основе параллельного соединения двух фазовых цепей считается одной из лучших среди БИХ-структур. Каждая фазовая цепь соответствует каскадному соединению фазовых звеньев не выше 2-го порядка, каждое такое звено требует не более двух умножителей и может быть выполнено на основе волновых адаптеров, что обеспечивает хорошие шумовые свойства и устойчивость к переполнению. Такие фильтры не требуют подбора полюсно-нулевых пар и упорядочения звеньев для минимизации шума округления, характерных каскадным БИХ-фильтрам. Они удобны для построения банков фильтров со свойством дополнения по мощности.

Цифровые фильтры могут быть выполнены на умножителях или без них. В последнем случае, умножители заменяются сумматорами и элементами сдвига. Для каждой из этих реализаций на СБИС важно минимизировать длину слова коэффициентов, а в исполнении без умножителей, кроме того, полное число сумматоров в структуре фильтра. Для решения этих задач (задач синтеза фильтров с конечной длиной слова коэффициентов) могут быть применены методы, использующие вариацию коэффициентов (ВК), вариацию исходных параметров (ВИП) или их сочетание.

Для фильтров на основе параллельного соединения двух фазовых цепей лишь алгоритм полного перебора коэффициентов, который может потребовать больших временных затрат (десятки часов работы компьютера [1]), позволяет гарантированно находить глобально оптимальные решения. Однако другие алгоритмы могут приводить к решениям близким к таковым за приемлемое время. Это немаловажно в инженерной практике, которой, как правило, свойственно проведение расчетов для многих вариантов с целью выбора из них подходящего.

В работе [1] предложен алгоритм ВК, основанный на полном переборе коэффициентов рассматриваемых фильтров. Для ряда примеров фильтров, требования к которым взяты из публикаций разных авторов, демонстрируется эффективность прелагаемого алгоритма в случае решений с минимальной длиной слова коэффициентов или с минимальным общим числом сумматоров, заменяющих умножители. Результаты совпадают, близки или существенно превосходят ранее полученные другими алгоритмами, в том числе и алгоритмом ВИП [2]. Найденные в [1] коэффициенты фильтров представлены на http://www.cs.tut.fi/~ylikaaki/CASILWD/results.m. Однако результаты для полуполосного фильтра 15-го порядка не комментируются и не сравниваются с другими решениями. Как оказалось именно для этого фильтра, который не рассмотрен в [2], алгоритм ВИП приводит к существенно худшему результату, которому соответствует минимальное ослабления АЧХ в полосе задерживания на 25 дБ меньше, чем достигнутое в [1]. Этот факт послужил поводом для дальнейшего изучения метода ВИП. В данной работе показано, что введение еще одного варьируемого параметра в алгоритм ВИП, а именно порядка фильтра, который может изменяться непрерывно, принимая нецелочисленные значения в соотношениях для расчета коэффициентов, позволяет получать решения, достигнутые полным перебором [1]. При этом собственно порядок фильтра остается неизменным и равным целому числу.

Передаточная функция и коэффициенты. Передаточную функцию цифрового ФНЧ на основе параллельного соединения двух фазовых цепей можно представить в виде

$$H(z)=\frac{1}{2}\left[\frac{\alpha_0+z^{-1}}{1+\alpha_0 z^{-1}}\prod_{i=2,4,\ldots}^{K}A_i(z)+\prod_{i=1,3,\ldots}^{K}A_i(z)\right], \qquad (1)$$

где

$$A_i(z)=\frac{\beta_i+\alpha_i(1+\beta_i)z^{-1}+z^{-2}}{1+\alpha_i(1+\beta_i)z^{-1}+\beta_i z^{-2}},\ K\le (N-1)/2,\ \beta_i<\beta_{i+1},\ N\text{ - нечетный порядок фильтра.}$$

Как видим, каждая фазовая цепь соответствует каскадному соединению фазовых звеньев не выше 2-го порядка. Для ФНЧ Золотарева-Кауэра коэффициенты α_i, β_i в (1) являются функциями исходных параметров АЧХ - неравномерности в полосе пропускания Δa и граничных частот f_1 и f_2. В случае специальных фильтров: Q_{min} -фильтры [3] и полуполосные фильтры коэффициенты в (1) определяются соответственно двумя (f_1 и f_2) и одним параметром АЧХ (f_1 или f_2). Кроме того, для полуполосного фильтра $\alpha_i = 0$, i=0,1,…,K.

Модификация алгоритма ВИП. В алгоритме ВИП в зависимости от типа фильтра Золотарева-Кауэра (специальный или обычный фильтр) вариации подлежат от одного до трех параметров. В [2] были предложены соответствующие версии алгоритма ВИП. На самом деле коэффициенты в (1) являются также функциями порядка фильтра N. Здесь предлагается наряду с вариацией параметров АЧХ в алгоритме ВИП использовать вариацию порядка. При этом предполагается непрерывное его изменение в расчетных соотношениях   для коэффициентов, сохраняя неизменным собственно порядок фильтра N. Чтобы избежать путаницы, порядок фильтра, входящий в расчетные соотношения и подлежащий вариации, будем далее обозначать как N_0.

Итак, в модифицированном алгоритме в зависимости от типа фильтра вариации подлежит от двух до четырех параметров. Напомним, что число переменных в методе ВК равно N для обычного фильтра, (N+3)/2 для Q_{min} -фильтра и (N-1)/2 для полуполосного фильтра.

Примеры синтеза. Ниже рассмотрены три примера синтеза с помощью модифицированного алгоритма ВИП, которые оправдывают введение вариации N_0. В первом примере требуется максимизировать минимальное ослабление АЧХ в полосе задерживания $\tilde{a}_0$ при заданной длине слова коэффициентов M. Здесь и далее знак ~ означает соответствие решению с квантованными коэффициентами. Этот пример полуполосного фильтра с N=15 упоминался выше и обсуждается достаточно подробно. Во втором примере ФНЧ требуется минимизировать общее число сумматоров Σ_m, заменяющих умножители. Для этих двух примеров в [1] получены глобально оптимальные решения. В третьем примере полуполосного фильтра, рассмотренного ранее в [2] решаются задачи минимизации Σ_m и/или M.

Используем следующие обозначения: q= 2^{-M} - шаг квантования коэффициентов, а f_{1n} и f_{2n} - номинальные граничные частоты. Все приводимые значения граничных частот нормированы относительно частоты дискретизации.

Пример 1. Требования к полуполосному фильтру: $\tilde{a}_0 \to \max$, $f_{1n} = 0{,}5 - f_{2n}$, f_{2n}=0,3125, N=15 и M=8. Для случая непрерывных ($M \to \infty$) коэффициентов a_0=133 дБ. Простое округление коэффициентов при M=8 дает $\tilde{a}_0$=48 дБ. В [1] и [4] алгоритмами ВК найдены решения с $\tilde{a}_0$=98 дБ и $\tilde{a}_0$=85 дБ, соответственно. Применение алгоритма ВИП [2] приводит к решению лишь с $\tilde{a}_0$=73 дБ. Сравнение коэффициентов из [1] и найденных с помощью алгоритма ВИП показывает очень сильное различие, для некоторых из них - вплоть до 9q. Только при M=11 в случае применения алгоритма ВИП и лишь при M=16 в случае использования простого округления коэффициентов удается получить $\tilde{a}_0 \geq 98$ дБ. Заметим, что для другого полуполосного фильтра с N=11 в [1] и [2] найдены идентичные результаты, причем решение в [2] соответствует начальному приближению.

Интересными оказались следующие наблюдения. Для полуполосного фильтра Золотарева-Кауэра при $a_0 \geq 98$ дБ и данных граничных частотах минимальный порядок N=12 и a_0=105 дБ. Известно, что для рассматриваемой структуры порядок фильтра может быть только нечетным. Для фильтра с N=13 в случае непрерывных коэффициентов ослабление a_0=115 дБ. Если для N=13 выполнить расчет одного из начальных приближений согласно [2], то соответствующие коэффициенты оказываются гораздо ближе к коэффициентам из [1], чем при N=15. Максимальное отличие составляет не более 5q. Для "несуществующего" фильтра с N=14 коэффициенты начального приближения оказываются еще ближе, а именно на расстоянии не более 3q.

Далее, если для N=15 рассчитать начальные приближения, как в [2], но положить в расчетных соотношениях для коэффициентов порядок $13{,}58 \leq N_0 \leq 13{,}62$, то получим одно из приближений с $\tilde{a}_0$=48 дБ отличающееся от решения [1] только одним коэффициентом и лишь на q. Этот коэффициент β_1=0,00390625, а в [1] β_1=0,0078125 и, напомним, получено $\tilde{a}_0$=98 дБ. Как видим, цена "малого" отличия β_1 (всего на q, но в тоже время в 2 раза) составляет 98-48=50 дБ. Подобрать N_0 так, чтобы β_1 оказалось равным 0,0078125, но без одновременного изменения других коэффициентов, не удается.

Здесь уместно вспомнить, что коэффициенты полуполосных фильтров Золотарева-Кауэра, являются также функциями частоты f_2. Поэтому была сделана попытка найти решение [1], применив вариацию двух параметров N_0 и f_2. Однако это позволило лишь несколько улучшить упомянутое выше решение найденное с помощью алгоритма [2]. Переход от полуполосного фильтра к Q_{min}-фильтру с последующей вариацией параметров f_1, f_2 и N_0 также не увенчался успехом.

И все же решение [1] с $\tilde{a}_0$=98 дБ можно найти с помощью обсуждаемого подхода, перейдя от полуполосного фильтра к обычному ФНЧ и используя вариацию параметров Δa, f_1, f_2 и N_0. В этом случае Δa=2,1e-12 дБ (или 1,37e-10 дБ), f_1=0,193386, f_2= 0,306614 и N_0=13,5. Если по этим исходным параметрам рассчитать ФНЧ "Золотарева-Кауэра", положить все α_i=0 (как в полуполосном фильтре) и округлить все β_i до M=8, то получим коэффициенты из [1]: β_1=0,0078125; β_2= 0,0546875; β_3= 0,16015625; β_4= 0,30859375; β_5=0,48046875; β_6=0,66796875; β_7=0,87890625.

Пример 2. Требования к ФНЧ: $\Delta\tilde{a} \le$ 0,2 дБ, $\tilde{a}_0 \ge 65$ дБ, f_{1n}=0,2125, f_{2n}=0,2875, N=7, $\Sigma_m \to \min$. В [2] найдено решение с Σ_m=10 и $\tilde{a}_0$=64,88 дБ при M=6. В [1] это решение удалось улучшить, получив Σ_m=8 и $\tilde{a}_0$=65,13 дБ при том же M. Использование модифицированного алгоритма ВИП, учитывающего вариацию N_0, также приводит к аналогичному улучшению. При этом Δa=0,005615 дБ, f_1=0,207633, f_2=0,282827 и N_0=6,94. Соответствующие коэффициенты $\alpha_0 = -2^{-2} - 2^{-5}$; $\alpha_1 = -2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-6}$; $\beta_1 = 2^{-2} - 2^{-5}$; $\alpha_2 = -2^{-2}$; $\beta_2 = 2^{-1} + 2^{-5}$; $\alpha_3 = -2^{-3} - 2^{-5}$; $\beta_3 = 1 - 2^{-3} - 2^{-5}$ совпадают с представленными в [1]. Воспроизвести это решение можно путем расчета ФНЧ "Золотарева-Кауэра" по найденным Δa, f_1, f_2 и N_0 с последующим округлением коэффициентов до M=6.

Пример 3. Требования к полуполосному фильтру: $\tilde{a}_0 \ge 46$ дБ, f_{2n}=0,27, N=9, $\Sigma_m \to \min$ и/или $M \to \min$. В [5] с помощью алгоритма, сочетающего ВИП и ВК, удалось получить решение с Σ_m=6, M=8 и $\tilde{a}_0$=46,13 дБ. Использование только модифицированного алгоритма ВИП, позволяет найти аналогичный результат. При этом f_2 =0,2706 и N_0=8,89, а соответствующие коэффициенты совпадают с найденными в [5].

Применение алгоритма ВИП не дает решений для M<8. Модифицированный алгоритм приводит к допустимому результату с M=7, Σ_m=8 и $\tilde{a}_0$=46,08 дБ. При этом f_2=0,2703 и N_0=8,90, а соответствующие коэффициенты равны β_1=0,125; β_2= 0,4140625; β_3= 0,6953125; β_4= 0,90625.

В отличие от примера 1 оба представленных решения получены в рамках полуполосного проектирования (два варьируемых параметра f_2 и N_0), т.е. без обращения к общему случаю (четыре варьируемых параметра).

Заключение. Предложенный модифицированный алгоритм вариации исходных параметров для синтеза цифровых фильтров на основе фазовых цепей с конечной длиной слова коэффициентов позволяет улучшить решения. Это подтверждено представленными примерами синтеза. Для двух из них получены глобально оптимальные решения найденные ранее исчерпывающим перебором возможных значений коэффициентов.

Литература

1. Yli-Kaakinen J., Saramaki T. A systematic algorithm for the design of lattice wave digital filters with short-coefficient wordlength. //IEEE Trans. on CAS-I. 2007. V.54. № 8. P. 1838-1851.
2. Мингазин А.Т. Синтез цифровых фильтров на основе фазовых цепей с конечной длиной слова коэффициентов. //2-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применения' (DSPA). 1999. Т.1. С. 112-116.
3. Milic L. D., Lutovac M. D. Design of multiplierless elliptic IIR filters with a small quantization error. //IEEE Trans. 1999. SP-47. № 2. P. 469- 479.
4. Krukowski A., Kale I. Two approaches for fixed-point filter design: "bit-flipping" algorithm and constrained downhill simplex method. //5th International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA). 1999. P. 965-968.
5. Мингазин А.Т. Синтез полуполосных цифровых фильтров без умножителей на основе фазовых цепей. // 6-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применение' (DSPA). 2004. Т. 1. С. 39-41.