

ДВА ПРИМЕРА СИНТЕЗА СОВЕРШЕННЫХ БАНКОВ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖИТЕЛЕЙ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд, Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20.
Тел./факс. 499-735-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. В данной работе решается задача синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей. Применен модифицированный алгоритм, сочетающий вариацию исходных параметров и вариацию коэффициентов. На двух примерах показано, что использование алгоритма для расширенного набора кодов спектральной факторизации значительно улучшает результаты синтеза.

Введение. Проблеме синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей посвящены статьи [1-4]. Для получения всего банка требуется синтезировать фактически один решетчатый несимметричный КИХ-фильтр нижних частот $2N-1$ порядка с допустимым минимальным ослаблением в полосе задерживания \tilde{a}_0 . Кроме того, для эффективной реализации фильтра требуется минимизировать полное число сумматоров Σ , включающее сумматоры самой решетчатой структуры и сумматоры, заменяющие умножители.

Для решения этой задачи в [1] предложен метод поиска по дереву, сочетающий нелинейное квантование коэффициентов в определенной очередности и повторную оптимизацию остальных непрерывных коэффициентов. При этом компьютерное время может достигать десятков часов. Другой подход [2], основан на неполном переборе нелинейно квантованных коэффициентов, область изменения которых определяется с помощью нелинейной оптимизации с непрерывными коэффициентами. В этом случае могут потребоваться сотни миллионов оценок целевой функции. Однако для частного примера авторы [2] получили результаты сопоставимые с достигнутыми в [1] и за более короткое время. Два альтернативных подхода были представлены в [3], где вместо вариации коэффициентов (ВК), как в [1,2], используется вариация исходных параметров (ВИП) косвенного метода, включающего взвешенную чебышевскую аппроксимацию и спектральную факторизацию передаточной функции фильтра. В первом алгоритме варьируются только два параметра, тем не менее, он приводит к результатам сопоставимыми с найденными в [2]. При этом требуется много меньше оценок целевой функции, чем в [2]. Во втором алгоритме техника ВИП объединена с простой процедурой ВК (покоординатный поиск). Такое сочетание позволяет улучшить решение из [1], но существенно увеличивает количество оценок целевой функции и поэтому значительно замедляет процесс синтеза. Наконец в [4] показано, что включение в алгоритмы ВИП или ВИП+ВК процедуры выбора кода спектральной факторизации S дополнительно улучшает результаты синтеза. Это подтверждено на примере из [1] для ограниченного и упрощенного выбора кода. Код S выбирался с помощью упрощенной процедуры ВИП, а алгоритм ВИП+ВК применен лишь для двух значений кода.

В данной работе решается задача синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей с помощью алгоритма ВИП+ВК. При этом уточнено возможное количество вариантов кода спектральной факторизации, кратко представлен модифицированный алгоритм ВИП+ВК, повышающий эффективность синтеза, и на двух примерах показано, что применение его для большего числа кодов приводит к существенному улучшению результатов.

Количество вариантов спектральной факторизации. Для несимметричного КИХ-фильтра с n некротными нулями, расположенными в верхней части комплексной z -плоскости и не на единичной окружности, имеется $K=2^n$ кодов спектральной факторизации передаточной функции S . Для рассматриваемых фильтров $2N+1$ порядка определенная часть нулей лежит на единичной окружности и поэтому число $K=2^{N/2}$ и $K=2^{(N+1)/2}$ при четном и нечетном N , соответственно. В частности для $2N-1=27$ имеем $N=14$, $K=128$ и $S=0,1,\dots,127$. Изменение вспомогательного параметра γ [3] приводит к числу кодов $K=2^N$ и $K=2^{N+1}$ при четном и нечетном N , соответственно. Это связано с тем, что изменение γ смещает нули, соответствующие полосе задерживания, с единичной окружности и число вариантов K резко возрастает. Так, при $2N-1=27$ имеем уже $K=16384$ и

$C=0,1,\dots,16383$. Существующие алгоритмы синтеза требуют значительных временных затрат на компьютере даже при фиксированном коде. Для повышения эффективности алгоритма ВИП+ВК [4] было предпринято ряд мер.

Модифицированный алгоритм ВИП+ВК. В алгоритме ВИП вариации подлежат два параметра - граничная частота полосы пропускания f_1 и вспомогательный параметр r [3,4]. Параметр r в выражении (2) из [3] положим равным 1. Вместо него для управления смещением нулей фильтра, соответствующих полосе задерживания, введем другой параметр η . Для этого все радиусы этих нулей умножим на η . Такая замена параметров позволяет радиально перемещать нули не только внутри, но и вне окружности единичного радиуса. Кроме того, при каждом изменении η не требует всякий раз решать задачу нахождения нулей передаточной функции фильтра, как это было в случае изменения r .

Далее, поиск решения предлагается выполнять на равномерной сетке в плоскости параметров f_1, η в определенных диапазонах их изменения. Для каждой точки этой сетки применяется алгоритм ВК (покоординатный поиск) для поиска наилучшего решения. После этого шаг изменения параметров и их диапазоны уменьшаются в два раза, что происходит до тех пор, пока шаг по каждому из параметров не будет меньше заданной величины. При этом уменьшаемая область поиска включает лучшее текущее решение. Адаптивное изменение шага по одному из параметров, как в [3,4], требует много больше компьютерного времени.

Еще одно изменение связано с алгоритмом ВК, который использует три варианта начала поиска, а не два как в [4]. Начало в порядке уменьшения и увеличения абсолютных значений коэффициентов [4], а также в порядке уменьшения коэффициентной чувствительности. Очевидно, что эта модификация приводит к замедлению процесса синтеза.

Помимо этих модификаций, которые могут приводить к решениям, отличающимся от приведенных в [3,4] предприняты меры для увеличения скорости вычислений, а именно для выполнения нелинейного квантования и приращения коэффициентов использован табличный способ, комплексные вычисления при оценке ослабления \tilde{a}_0 заменены на действительные.

При фиксированном коде C , заданной длине слова коэффициентов и одном варианте начала поиска в процедуре ВК, синтез фильтров, рассмотренных ниже, требует 10-30 с. работы компьютера с тактовой частотой процессора 2,7 ГГц. Это позволяет провести более масштабные расчеты, отказаться от упрощенного выбора кода спектральной факторизации предложенного в [4] и применить модифицированный алгоритм к расширенному набору кодов.

Два примера синтеза. В первом примере с $2N-1=27$ ограничимся $C=0,1,\dots,127$ и $C=16383-0,1,\dots,127=0,1,\dots,127$. Фильтры с непрерывными коэффициентами, рассчитанные, например для $C=23$ и $C=16383-23=16360=23$ обладают с точностью до знака взаимно обращенными импульсными характеристиками. Для этих фильтров непрерывные коэффициенты α_i , $i=0,1,\dots,N-2$ (см. рис.1 в [4]) отличаются знаками, а коэффициенты α_{N-1} имеют одинаковые знаки и взаимно обратные значения [4].

Во втором примере с $2N-1=21$ ограничимся $C=0$, $C=1984$ и $C=1,2,\dots,32$. Заметим, что для фильтров с непрерывными коэффициентами рассчитанных при $C=0$ и $C=1984-k64$, $k=0,1,\dots,31$ все нули, соответствующие полосе пропускания, находятся внутри единичной окружности, а для $C=0$ и $C=1984$, кроме того, нули, соответствующие полосе задерживания, имеют взаимно обратные значения радиусов.

Пример 1. Требования к банку фильтров: нормированные к частоте дискретизации номинальные граничные частоты $f_{1n}=0,18$, $f_{2n}=0,5$ - $f_{1n}=0,32$, $2N-1=27$, в двоичном представлении коэффициентов фильтра длина мантииссы $M \leq 10$ и число ненулевых бит $m \leq 2$. Задача 1: $\tilde{a}_0 \rightarrow \max$ и задача 2: $\Sigma \rightarrow \min$ при $\tilde{a}_0 \geq 45$ дБ.

При решении задачи 1 могут иметь место варианты решений с равными \tilde{a}_0 . В этом случае выбираем вариант с меньшим Σ , а из вариантов с равными Σ - с меньшим M . Подобным образом поступаем при решении задачи 2. При равных Σ выбираем вариант с меньшим M , а при равных M - с большим \tilde{a}_0 .

В [1] для $M=10$ и $m=2$ ($\Sigma=56$) получено $\tilde{a}_0=45,45$ дБ (точнее 45,37 дБ [4]). В [4] для упрощенно выбранного $C=33$ алгоритмом ВИП+ВК получены улучшенные решения. Следует заметить, что в [1] исходному фильтру с непрерывными коэффициентами соответствует $C=0$, а синтезированному фильтру без умножителей - $C=32$. Поэтому, интересно найти решения с помощью модифицированного алгоритма ВИП+ВК для $C=32$. Приведем два найденных решения, первое $\tilde{a}_0=48,59$ дБ, $\Sigma=54$, $M=9$ и второе $\tilde{a}_0=45,91$ дБ, $\Sigma=52$, $M=8$. Как видим, эти параметры превосходят результат [1].

Выполненные расчеты с помощью предложенного алгоритма ВИП+ВК для $C=0,1,\dots,127$ и $C=0,1,\dots,127$ при $M=3,4,\dots,10$ приводят ко многим решениям, превосходящим результаты [1,4], а два лучших из них представлены ниже.

Решение задачи 1: $C=102$, $\tilde{a}_0=53,35$ дБ, $\Sigma=54$, $M=9$ и $\alpha_0,\dots,\alpha_{13}:-1+2^{-4}$, $-2^{-2}+2^{-6}$, $-2+2^{-3}$, $2-2^{-7}$, $2-2^{-4}$, $2^{-5}+2^{-6}$, $2^{-1}+2^{-6}$, $1+2^{-7}$, $2^{-1}+2^{-9}$, 2^2-2^{-2} , $-2^{-2}-2^{-7}$, $-2-2^{-2}$, 2^{-3} , $2^{-1}-2^{-4}$.

Решение задачи 2: $C=25$, $\tilde{a}_0=45,39$ дБ, $\Sigma=46$, $M=4$ и $\alpha_0,\dots,\alpha_{13}:1-2^{-4}$, 2^{-3} , 2 , $-1-2^{-1}$, $-2-2^{-3}$, -2^{-4} , $-2^{-1}+2^{-4}$, $-1-2^{-4}$, $-2^{-2}-2^{-3}$, -2^2+2^{-1} , 2^{-4} , $2+2^{-2}$, -2^{-4} , $2+2^{-3}$.

Интересно, что второе решение можно получить, используя только алгоритм ВИП из [4]. В табл.1 сведены результаты, полученные простым округлением коэффициентов [1], поиском по дереву [1] и модифицированным алгоритмом ВИП+ВК.

Таблица 1

Алгоритм	M	m	\tilde{a}_0 , дБ	Σ
Простое округление [1]	10	2	25,38	56
Поиск по дереву [1]			45,45 (45,37)	
ВИП+ВК	9	≤ 2	53,35	54
	4		45,39	46

Простое округление широко используется в инженерной практике и, как видим, оказывается непригодным для данного примера. Поиск по дереву дает решение, которое сильно уступает результатам применения алгоритма ВИП+ВК. В одном случае - по ослаблению \tilde{a}_0 , примерно на 8 дБ, а в другом - по числу сумматоров Σ примерно на 18% и по длине мантиссы коэффициентов в 2,5 раза!

Приведем еще одно решение, обнаруженное при $M=4$: $C=44$, $\tilde{a}_0=47,66$ дБ, $\Sigma=56$ и $\alpha_0,\dots,\alpha_{13}:-2^{-3}-2^{-4}$, $1+2^{-1}$, $2-2^{-4}$, $-2^{-3}-2^{-4}$, $-2^{-2}-2^{-4}$, -2^2+2^{-1} , $1-2^{-3}$, $2^{-1}-2^{-4}$, $-2-1$, $-1+2^{-3}$, $2^{-2}+2^{-3}$, $2+2^{-4}$, $2^{-1}-2^{-4}$, $2+2^{-1}$. Сравнивая этот результат с представленным выше для $M=4$, видим, что ослабление \tilde{a}_0 увеличено на 2,27 дБ в обмен на увеличение числа сумматоров Σ на 10. Здесь уместно заметить, что простое округление коэффициентов до $M=4$, $m \leq 2$ для номинальных исходных данных при $C=0$ приводит к $\tilde{a}_0=20,69$ дБ.

Пример 2. Требования: f_{1n} и f_{2n} как в примере 1, $\tilde{a}_0 \geq 45,45$ дБ, $2N-1=21$, $M=9$, $m \leq 3$ и $\Sigma \rightarrow \min$ [2]. Решение с $\Sigma=56$ и $\tilde{a}_0=45,78$ дБ (точнее 45,19 дБ [3]) найдено в [2]. Алгоритм ВИП [3] приводит к $\Sigma=56$ и $\tilde{a}_0=45,01$ дБ. Решения [2,3] получены для $C=0$.

Применение модифицированного алгоритма ВИП+ВК для $C=0$ и $C=1984$ приводит к $\Sigma=56$, причем в первом случае $\tilde{a}_0=45,16$ дБ, а во втором - $\tilde{a}_0=45,66$ дБ. Интересно, что найденные коэффициенты $\alpha_0,\dots,\alpha_{10}$ для $C=1984$ отличаются от найденных в [2] лишь значением α_0 . В нашем случае $\alpha_0 = -2^2 + 2^{-6}$, а в [2] $\alpha_0 = -2^2 + 2^{-5}$. Кроме того, наше значение α_0 входит в область перебора из [2] и авторы этой работы не могли его пропустить. Оценка $\tilde{a}_0=45,78$ дБ, указанная в [2], получена для 40 частотных точек. Наша оценка $\tilde{a}_0=45,66$ дБ, выполненная по 1000 точкам, становится рваной $\tilde{a}_0=45,77$ дБ для 40 точек. По-видимому, в [2] допущена опечатка в значении α_0 .

Расчеты для $C=1,2,\dots,32$ приводят к очень большому числу решений с $\tilde{a}_0 > 45,45$ дБ и $\Sigma \leq 56$. Представим два лучших из них.

Первое: $C=2$, $\tilde{\alpha}_0=46,19\text{дБ}$, $\Sigma=48$ и $\alpha_0, \dots, \alpha_{10}: -1-2^{-1}, 1+2^{-1}, 2^{-1}+2^{-4}, 2+2^{-5}, 2^{-3}, 2^{-5}-2^{-8}, -1-2^{-3}-2^{-5}, -1-2^{-2}+2^{-5}, -1+2^{-2}+2^{-5}, -2^{-3}-2^{-7}, -2^{-4}-2^{-8}$.

Второе: $C=12$, $\tilde{\alpha}_0=45,64\text{дБ}$, $\Sigma=46$ и $\alpha_0, \dots, \alpha_{10}: 2^{-3}, 2^{-1}-2^{-9}, -2^3+2+2^{-3}, -1+2^{-2}+2^{-5}, 2^{-4}, -2^{-2}-2^{-5}-2^{-7}, -2^{-1}+2^{-6}, 2^2-2^{-1}, 1+2^{-3}+2^{-6}, -2^{-1}, -2^{-2}-2^{-3}$.

Как видим, в сравнении с вариантом $C=1984$ количество сумматоров уменьшено с 56 до 48 для первого и до 46 для второго решения. Заметим также, что для первого решения $M=8$.

Заключение. Результаты синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей зависят от кода спектральной факторизации. Существующие алгоритмы синтеза требуют значительных временных затрат на компьютере даже при фиксированном коде. В данной работе кратко описан и применен эффективный модифицированный алгоритм, сочетающий вариацию исходных параметров и вариацию коэффициентов. На двух примерах синтеза показано, что поиск решений в расширенном наборе кодов с применением этого алгоритма приводит к значительному улучшению известных решений. В частности, для одного из примеров ослабление фильтра в полосе задерживания можно увеличить примерно на 8 дБ или сократить число сумматоров примерно на 18% при одновременном уменьшении длины слова коэффициентов в 2,5 раза!

Возможно, что использование всего набора кодов спектральной факторизации и более совершенного алгоритма позволит получить лучшие результаты. В этой связи проблема разработки эффективного алгоритма синтеза рассмотренных здесь банков фильтров, а также произвольных несимметричных КИХ-фильтров остается актуальной.

Литература

1. Lim Y.C., Yu Y. J. A width-recursive depth-first tree search approach for the design of discrete coefficient perfect reconstruction lattice filter bank. IEEE Trans. on CAS: II. 2003. Vol. 50. June. P. 257-266.
2. Yli-Kaakinen J., Saramaki T., Bregovic R. An algorithm for the design of multiplierless two-channel perfect reconstruction orthogonal lattice filter banks. ISCCSP. 2004. Mar. P. 415-418.
3. Мингазин А. Синтез совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей. Современная электроника. 2007 №3. С. 50-55.
4. Мингазин А. Улучшенный синтез двухканальных совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей. Современная электроника. 2008. №3. С. 26-31.