

## ВЫБОР ВАРИАНТА СПЕКТРАЛЬНОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ В АЛГОРИТМАХ СИНТЕЗА ДВУХКАНАЛЬНЫХ СОВЕРШЕННЫХ БАНКОВ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖИТЕЛЕЙ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд, Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20.  
Тел./факс. (095) 535-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

**Реферат.** Включение процедуры выбора варианта спектральной факторизации передаточной функции в алгоритмы синтеза двухканальных совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей может улучшить решение. Это подтверждено на примере синтеза с помощью алгоритмов на основе вариации исходных параметров.

**1. Введение.** Двухканальный совершенный банк (система анализа/синтеза) решетчатых КИХ-фильтров, для которого выходной сигнал представляет собой задержанную копию входного сигнала, т.е. свободен от амплитудных и фазовых искажений, а также от погрешности наложения, был предложен в [1]. Свойство совершенности такого банка структурно обусловлено и поэтому квантование коэффициентов фильтров сказывается только на частотные характеристики фильтров анализа и синтеза, и не влияет на всю систему анализ/синтез. Двухканальный совершенный банк решетчатых фильтров (ФНЧ и ФВЧ в каждом из банков анализа и синтеза) описывается фактически лишь одной передаточной функцией, обладающей свойством дополнения по мощности. Поэтому требуется синтезировать только один фильтр с заданным ослаблением АЧХ в полосе задерживания.

В СБИС-исполнении очень экономичны реализации банков фильтров без умножителей, в которых все умножители в решетчатых фильтрах заменяются сумматорами и элементами сдвига. Для уменьшения сложности и повышения быстродействия банка фильтров важно на этапе его расчета минимизировать полное число сумматоров, учитывающее сумматоры структуры фильтров и сумматоры, заменяющие умножители.

В [2] эта задача решается методом поиска по дереву, сочетающим нелинейное квантование коэффициентов в определенной очередности и реоптимизацию остальных коэффициентов на непрерывном множестве значений. Выигрыш по значению ослабления в полосе задерживания в сравнении с методом простого округления (ПО) может достигать десятка децибел. Однако время счета на компьютере может достигать десятков часов. Другой подход, а именно, неполный перебор нелинейно квантованных коэффициентов предложен в [3]. Области возможного изменения коэффициентов определяются предварительно с помощью нелинейной оптимизации на непрерывном множестве значений коэффициентов. В зависимости от требований к банку фильтров данный метод может потребовать сотни миллионов оценок решений с дискретными (квантованными) коэффициентами. Тем не менее, в [3] для частного примера получены результаты сопоставимые с достигнутыми в [2], но за более короткое время. Два альтернативных алгоритма синтеза предложены в [4], где вместо вариации коэффициентов (ВК), используется вариация исходных параметров (ВИП) метода, включающего взвешенную чебышевскую аппроксимацию и спектральную факторизацию. В первом алгоритме варьируются только два параметра, тем не менее, для конкретного примера он приводит к результатам, сопоставимыми с найденными в [3]. При этом требуется много меньше оценок целевой функции с дискретными коэффициентами. Во втором алгоритме ВИП объединена с простой процедурой ВК. Такое сочетание, как показано на примере из [2], позволяет дополнительно улучшить результаты.

В данной работе сделано предположение, что включение процедуры выбора варианта спектральной факторизации в алгоритмы синтеза банков фильтров без умножителей может улучшить решение. Это подтверждено на примере синтеза алгоритмами на основе ВИП.

**2. Два подхода к синтезу банков решетчатых фильтров.** Для двухканального совершенного банка решетчатых фильтров необходимо синтезировать лишь один КИХ-фильтр с несимметричной импульсной характеристикой (ИХ) и передаточной функцией  $H_0(z)$  [1]. Фильтр должен обладать заданным ослаблением в полосе задерживания. Остальные передаточные функции

фильтров банка определяются по  $H_0(z)$ . На рис.1 показана структура решетчатого фильтра банка анализа для двухканального совершенного банка. Верхнему выходу соответствует ФНЧ, а нижнему ФВЧ. Нечетный порядок фильтра равен  $2N-1$ .

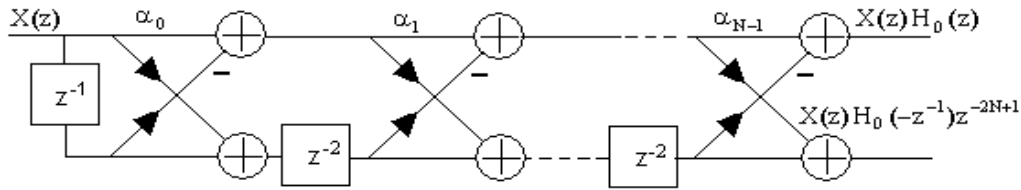


Рис.1. Структура решетчатого фильтра банка анализа

Непрерывные (неквантованные) коэффициенты решетчатого фильтра  $\alpha_i$ ,  $i=0,1,\dots,N-1$  на рис.1 могут быть получены прямым путем - методами нелинейного программирования. Другой - косвенный подход основан на спектральной факторизации  $H(z) = z^{-2N+1} H_0(z) H_0(z^{-1})$  полуполосного ФНЧ прямой формы с симметричной ИХ и удвоенным порядком  $2(2N-1)$ . Последующий расчет  $\alpha_i$  выполняется по ИХ фильтра с  $H_0(z)$ . Для синтеза  $H(z)$  используется алгоритм взвешенной чебышевской аппроксимации, а для факторизации - кепстральный метод. Кепстральный метод приводит к  $H_0(z)$  с чередующимися знаками у коэффициентов решетчатого фильтра. Алгоритм ВИП [4] основан на косвенном подходе.

**3. Детальный анализ результатов работы [2].** Проанализируем результаты синтеза, полученные в [2], для двухканального совершенного банка решетчатых фильтров без умножителей при номинальных граничных частотах  $f_{1n}=0,18$ ,  $f_{2n}=0,5-f_{1n}=0,32$ , нормированных относительно частоты дискретизации.

Порядок решетчатого фильтра  $2N-1=27$ , а количество ненулевых бит для каждого коэффициента  $m=2$ , которое предопределяет полное число сумматоров в фильтре  $\Sigma=56=28+14 \times 2$ . Первое слагаемое соответствует числу сумматоров в структуре, а второе - полному числу сумматоров, заменяющих все пары умножителей (см. рис.1.). Заметим, что в [3,4]  $2N-1=21$ , но  $m \leq 3$ . Для расчета исходных непрерывных коэффициентов решетчатого фильтра в [2] использован метод нелинейной оптимизации, который приводит к ослаблению в полосе задерживания  $a_0=60,17$  дБ. Можно убедиться, что нули передаточной функции этого фильтра, определенные по коэффициентам из [2], находятся внутри и на единичной окружности в  $z$ -плоскости. Авторы [2] с помощью своей процедуры поиска по дереву максимизировали ослабление фильтра при длине слова мантиссы квантованных коэффициентов  $M=10$  и получили  $\tilde{a}_0=45,45$  дБ. Здесь и далее знак  $\sim$  означает, что параметр оценен для квантованных коэффициентов. Можно убедиться, что нули передаточной функции этого фильтра, определенные по коэффициентам из [2], располагаются уже не только внутри и на единичной окружности, но и за ее пределами. Затраченное компьютерное время составляет 55 ч. Расширение области поиска, приводит к времени счета более чем 120 ч. и не позволяет получить большее значение  $\tilde{a}_0$ .

Рассматривая квантованные коэффициенты решетчатого фильтра найденные при  $m=2$ , можно заметить, что они очень сильно отличаются от непрерывных коэффициентов исходного решения. Поэтому так велико время счета. Кроме того, у квантованных коэффициентов нарушено чередование знака, свойственное непрерывным коэффициентам исходного решения. Из этого можно заключить, что исходное решение не удачно и, что ни алгоритм [3] ни алгоритм ВИП [4] принципиально не могут обнаружить квантованные коэффициенты, найденные в [2]. Дело в том, что в [3] чередование знака "навязано" изначально, иначе огромная область изменения дискретных коэффициентов стала бы еще больше, а в [4] осуществляются ВИП фильтра с чередующимися знаками коэффициентов и нелинейное их квантование, которые не могут повлиять на знаки коэффициентов.

Как показывают предварительные расчеты изменение варианта спектральной факторизации передаточной функции, т.е. перераспределение нулей между  $H_0(z)$  и  $H_0(z^{-1})$ , приводит к нарушению чередования знаков коэффициентов решетчатого фильтра. Поэтому, с учетом вышеприве-

денного анализа, можно предположить, что включение процедуры выбора варианта факторизации в алгоритмы синтеза обсуждаемых банков фильтров без умножителей может привести к улучшению решения. В конце данной работы это подтверждено на примере синтеза банка фильтров по требованиям из [2] алгоритмами на основе ВИП.

**4. Варианты спектральной факторизации.** Известно, что для КИХ-фильтра с несимметричной ИХ существует  $2^n$  различных вариантов спектральной факторизации. Здесь  $n$  количество комплексно-сопряженных или действительных нулей передаточной функции, не лежащих на единичной окружности. Отражение такого нуля относительно единичной окружности на  $z$ -плоскости, приводит к изменению ИХ, но не приводит к изменению АЧХ. Все варианты спектральной факторизации можно получить из одного, соответствующего, например, всем нулям передаточной функции расположенным на и внутри единичной окружности, путем перебора всех  $2^n$  комбинаций нулей, отличающихся размещением их внутри или вне единичной окружности.

Чтобы характеризовать решения, полученные для того или иного варианта, введем код спектральной факторизации -  $C$ , который может принимать значения  $0, 1, 2, \dots, 2^n$ . Примем для определенности, что  $C=0$  соответствует нулям внутри единичной окружности. Для  $C=0$  определим  $n$  комплексно-сопряженных нулей  $H_0(z)$  как  $R_n \exp(\pm j\varphi_n), R_{n-1} \exp(\pm j\varphi_{n-1}), \dots, R_0 \exp(\pm j\varphi_0)$ , полагая  $\varphi_0 < \varphi_1 < \dots < \varphi_n$  и  $R_i < 1, i=0, 1, \dots, n$ . Здесь  $R_i$  - радиус, а  $\varphi_i$  - угол  $i$ -го нуля на  $z$ -плоскости.

Пусть  $n=7$  и для кода факторизации  $C=0$  или в двоичном представлении  $C=0000000$  имеем радиусы нулей  $R_6, R_5, \dots, R_0$ . Требуется установить радиусы, например, для кода  $C=33$ . В двоичном представлении  $C=0100001$  и поэтому для этого кода получим радиусы  $R_6, R_5^{-1}, R_4, \dots, R_1, R_0^{-1}$ , т.е. единице в двоичном представлении  $C$  соответствует обратный радиус. Аналогично можно устанавливать радиусы для других кодов.

Отметим следующий интересный факт. Из  $2^n$  вариантов ИХ половина из них является взаимно обращенными во времени и, казалось бы, что можно одну половину отбросить и рассматривать  $2^{n-1}$  вариантов. Это оправдано для КИХ-фильтров прямой формы. Однако для решетчатой структуры обращение ИХ, как можно убедиться, означает смену всех знаков у коэффициентов  $\alpha_i, i=0, 1, \dots, N-2$  и замену  $\alpha_{N-1}$  на  $\alpha_{N-1}^{-1}$  без смены знака. Поэтому для решетчатой структуры имеется все же  $2^n$  вариантов с разными наборами коэффициентов.

**5. Алгоритм ВИП и выбор варианта факторизации.** Задача синтеза совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей с помощью ВИП сформулирована в [4] и заключается в нахождении таких исходных параметров  $f_1$  и  $r$ , для которых полное число сумматоров в структуре фильтра  $\Sigma$  минимально, а ослабление АЧХ в полосе задерживания  $\tilde{a}_0$  удовлетворяет заданному допуску. Здесь  $f_1$  - граничная частота полосы пропускания, а  $r$  вспомогательный параметр, влияющий на ослабление АЧХ в полосе задерживания.

Возможны различные алгоритмы ВИП. Процедура поиска решения, подобная [4], которая используется для примера синтеза рассматриваемого ниже, заключается в следующем. Задаются значения  $M, m$  и исходный вариант факторизации. Варьируется параметр  $r$  в диапазоне  $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$ . Шаг изменения  $r$  адаптируется так, чтобы перебрать все возможные решения в этом диапазоне для выбора из них допустимых по  $\tilde{a}_0$  вариантов. Эта процедура выполняется для каждого значения  $f_1$  из диапазона  $f_{1\min} \leq f_1 \leq f_{1\max}$  с заданным шагом. Далее выбираются решения с минимальным числом  $\Sigma$ . Если допустимые решения отсутствуют, то значение  $M$  или  $m$  увеличиваются на единицу и процедура поиска повторяется. В процессе работы алгоритма ВИП находятся нули передаточной функции фильтра и она, в соответствии с кодом факторизации, формируется заново. Заметим, что перебираются не все варианты факторизации, а лишь те, для которых упрощенный алгоритм ВИП дает максимальные значения  $\tilde{a}_0$ . Упрощение алгоритма ВИП, заключается в выполнении его только для номинального значения  $f_1 = f_{1n}$ . Для примера рассмотренного ниже, наряду с предложенным алгоритмом ВИП, применено его сочетание с простой процедурой ВК (покоординатный поиск) [4]. Используются два варианта начала перечисления коэффициентов, от большего по абсолютной величине к меньшему и наоборот.

**6. Сравнение результатов синтеза банков фильтров без умножителей.** В табл. 1 приведены результаты синтеза совершенных банков решетчатых фильтров полученные при  $f_{1n}=0,18$ ,  $f_{2n}=0,32$ ,  $M=7, \dots, 10$  и  $m=2, m \leq 3, m \leq 2$  разными алгоритмами.

Таблица 1

Алгоритм	2N-1	C	M	m	$f_1; r$	$\tilde{a}_0$ , дБ	$\Sigma$
ПО [2]	27	0	10	2	-	25,38	$56=28+14 \times 2$
Поиск по дереву [2]					-	45,37*	$56=28+14 \times 2$
Неполный перебор [3]	21		9	$\leq 3$	-	45,19*	$56=22+17 \times 2$
ВИП [4]					0,18053; 3	45,01	$56=22+17 \times 2$
ВИП	27	0	10	$\leq 2$	0,1950; 0,1683	38,85	$52=28+12 \times 2$
			8		0,1788; 0,1367	46,79	$54=28+13 \times 2$
			7		0,1794; 0,1429	44,06	$50=28+11 \times 2$
33		10	0		0,1780; 0,4398	40,98	$50=28+11 \times 2$
			7		0,1788; 0,1367	48,10	$56=28+14 \times 2$
					0,1800; 0,1481	47,81	$54=28+13 \times 2$
ВИП+ВК	7			0,1786; 0,1377	46,08	$50=28+11 \times 2$	
				0,1810; 0,1600	44,38	$44=28+8 \times 2$	

Новые решения найдены с помощью алгоритмов ВИП и ВИП+ВК при  $2N-1=27$ . В табл.1 указаны значения параметров  $f_1$  и  $r$ , которым соответствуют представленные решения. Использовано 64 варианта спектральной факторизации из 128 возможных. Упрощенный алгоритм ВИП применен для кодов факторизации  $C=0, 1, \dots, 63$ , алгоритм ВИП - для  $C=0, 10, 24, 31, 33, 40, 51, 61$ , а ВИП+ВК лишь для  $C=0$  и  $C=33$ . При  $C=0$  алгоритм ВИП позволяет более чем на 13 дБ, а ВИП+ВК более чем на 15 дБ увеличить ослабление  $\tilde{a}_0$ , полученное в случае ПО. Для алгоритмов из [2-4] это увеличение составляет  $\sim 20$  дБ. Однако при  $C=33$  алгоритм ВИП позволяет более чем на 21 дБ, а алгоритм ВИП+ВК почти на 23 дБ увеличить  $\tilde{a}_0$ , полученное с помощью ПО. Кроме того, в сравнении с результатами [2-4] найдены решения с большими значениями  $\tilde{a}_0$  при меньших  $M$  и  $\Sigma$ . При  $C=33$  с помощью ВИП и ВИП+ВК получены и другие решения превосходящие результаты из [2-4], но в табл.1 приведены лучшие. Для решения с  $\tilde{a}_0=48,10$  дБ найденные коэффициенты  $\alpha_0, \dots, \alpha_{13}$ :  $-2 + 2^{-3}, 2^{-1} + 2^{-7}, 2^{-1} + 2^{-5}, 2^{-5} - 2^{-8}, 2^{-1} + 2^{-6}, 2^3 - 1, -2^{-1} - 2^{-7}, 2^{-2} - 2^{-6}, 1 - 2^{-7}, -2^{-6} + 2^{-8}, -2^{-3} + 2^{-5}, 2^{-3} + 2^{-6}, -2^{-4} + 2^{-6}, 2^{-6} - 2^{-10}$ . Для решений с  $\tilde{a}_0=46,08$  дБ и  $\tilde{a}_0=46,79$  дБ коэффициенты идентичны приведенным, за исключением трех  $\alpha_3, \alpha_9, \alpha_{13}$ :  $2^{-5}, -2^{-6}, 2^{-6}$  и одного  $\alpha_{13} = 2^{-6}$ , соответственно. Значения  $\tilde{a}_0$ , помеченные знаком \* в табл.1, уточнены на 1000 точках по коэффициентам из [2,3].

**7. Заключение.** Использование процедуры выбора варианта спектральной факторизации в алгоритмах синтеза двухканальных совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей может улучшить решение. Это подтверждено на конкретном примере синтеза с применением алгоритмов на основе вариации исходных параметров. Полученные результаты, в сравнении с известными, характеризуются большими значениями ослабления в полосе задерживания и меньшим полным числом сумматоров в структуре банка фильтров без умножителей.

#### Литература

- Vaidyanathan P.P., Hoang P.Q. Lattice structures for optimal and robust implementation of two-channel perfect-reconstruction QMF banks. IEEE Trans. on ASSP. 1988. V. 36. Jan. P. 81-94.
- Lim Y.C., Yu Y. J. A width-recursive depth-first tree search approach for the design of discrete coefficient perfect reconstruction lattice filter bank. IEEE Trans. on CAS: II. 2003. Vol. 50. June. P. 257-266.
- Yli-Kaakinen J., Saramaki T., Bregovic R. An algorithm for the design of multiplierless two-channel perfect reconstruction orthogonal lattice filter banks. ISCCSP. 2004. Mar. P. 415-418.
- Мингазин А. Синтез совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей. Современная электроника. 2007. №3. С. 50-55.