DSPA, 2007, март 28-30, т.1, с. 92-95

ВАРИАЦИЯ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ В СИНТЕЗЕ СОВЕРШЕННЫХ БАНКОВ РЕШЕТЧАТЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖИТЕЛЕЙ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд, Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20. Тел./факс. (095) 535-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Предложен алгоритм вариации исходных параметров для синтеза совершенных банков решетчатых КИХ-фильтров без умножителей. На конкретном примере показано, что алгоритм приводит к результатам сравнимым с известными, но требует значительно меньшее количество оценок решений с дискретными коэффициентами.

1. Введение. Банки фильтров или системы анализа/синтеза, для которых выходной сигнал представляет собой задержанную копию входного сигнала, т.е. свободен от амплитудных и фазовых искажений, а также от погрешности наложения, называют совершенными или банками с полным восстановлением входного сигнала [1].

Совершенные двухканальные банки могут быть спроектированы на основе решетчатых КИХ-фильтров [1]. Свойство совершенности банков решетчатых КИХ-фильтров структурно обусловлено. Квантование их коэффициентов сказывается только на частотные характеристики фильтров анализа и синтеза, и не влияет на всю систему анализ/синтез.

Для СБИС-исполнения очень экономичны банки фильтров без умножителей, когда все умножители в решетчатых фильтрах заменяются сумматорами и элементами сдвига. При этом для уменьшения сложности и повышения быстродействия банка фильтров важно на этапе его синтеза минимизировать полное число сумматоров, включающее сумматоры самой структуры фильтров и сумматоры, заменяющие умножители. Для этой цели в работе [2] использовался неполный перебор нелинейно квантованных коэффициентов. В зависимости от требований к банку фильтров данный метод может потребовать сотни миллионов оценок решений с дискретными (квантованными) коэффициентами. Тем не менее, в [2] для конкретного примера получены результаты сопоставимые с достигнутыми [3], но за более короткое время.

В данной работе для решения задачи синтеза совершенных банков решетчатых КИХфильтров без умножителей предложен алгоритм вариации исходных параметров (ВИП), характеризующийся малым числом оценок решений с дискретными коэффициентами.

2. Синтез в области непрерывных коэффициентов. Для совершенного двухканального банка решетчатых фильтров необходимо синтезировать лишь один КИХ-фильтр нижних частот с несимметричной ИХ и передаточной функцией H₀(z). На рис.1 приведена структура решетчато-го фильтра для двухканального банка анализа. Нечетный порядок фильтра равен 2N-1. Обычно интерес представляет АЧХ фильтра.



Рис.1. Структура решетчатого фильтра для двухканального банка анализа

Рассматриваемые решетчатые фильтры обладают свойством дополнения по мощности, которое структурно обусловлено [1]. Поэтому достаточно получить желаемое ослабление АЧХ в полосе задерживания, т.к. неравномерность в полосе пропускания однозначно связана с этим ослаблением. На сегодняшний день не существует аналитического решения этой задачи.

Один из подходов [4] учитывает то, что передаточная функция вида $H(z) = z^{-2N+1} H_0(z) H_0(z^{-1})$ соответствует полуполосному фильтру нижних частот с симметричной ИХ и удвоенным порядком равным 2(2N-1). В начале определяют коэффициенты этого фильтра, а затем выполняют спектральную факторизацию H(z) с целью получения $H_0(z)$. При этом H(z) и $H_0(z)$ соответствуют прямой форме фильтра. Для синтеза H(z) используют алгоритм взвешенной чебышевской аппроксимации [5], а для последующей факторизации - кепстральный метод [6]. Далее полученные коэффициенты $H_0(z)$ пересчитывают в коэффициенты решетчатой структуры α_i , i=0,1,...,N-1 (см. рис.1). Скорость выполнения факторизации определяется числом точек прямого и обратного БПФ. В [6] рекомендуется выбирать это число $\geq 8[2(2N-1)+1]$.

Для факторизации передаточной функции H(z) полуполосного фильтра с помощью упомянутого кепстрального метода представим ее в виде

$$H(z) = H'(z) + (\delta' + \delta' / r)z^{-2N+1}, \quad (1)$$

где H'(z) передаточная функция вспомогательного полуполосного фильтра с уровнем пульсаций AUX $\pm \delta'$ от 1 в полосе пропускания и $+\delta'$ от 0 в полосе задерживания, r > 0.

Нетрудно убедиться, что при г= ∞ уровни пульсаций фильтров с H(z) и H'(z) связаны как $\delta = 2\delta'/(1+\delta')$. Оба фильтра имеют одинаковые полосы.

Выражение (1) совпадает с выражением из [6] при г= ∞ . Слагаемое δ'/r введено в (1) для корректного использования кепстрального метода. В [6] для этой цели использовано умножение импульсной характеристики фильтра с H(z) на экспоненциальную последовательность. С уменьшением г растет смещение нулей функции H(z) с единичной окружности и ослабление в полосе задерживания уменьшается. Установлено, что параметр г требует подбора с целью получения максимального ослабления для фильтра с H₀(z).

3. Синтез совершенных банков КИХ-фильтров без умножителей. Метод ВИП требует предварительного выяснения функциональной зависимости коэффициентов фильтра от исходных параметров. Коэффициенты полуполосных КИХ-фильтров прямой форы являются функциями двух параметров [7]: граничной частоты (любой из двух) и масштабного множителя. Однако коэффициенты решетчатых фильтров на рис.1 определяются лишь граничной частотой. Таким образом, в случае решетчатой структуры ВИП сводится к вариации одного параметра.

Проведенные исследования показывают, что результаты синтеза решетчатых фильтров с квантованными коэффициентами могут быть дополнительно улучшены, если использовать вариацию параметра r, введенного в (1) для смещения нулей H(z). От значения этого параметра зависят все коэффициенты решетчатой структуры, как от масштабного множителя зависят все коэффициенты в КИХ-фильтре прямой формы.

С учетом изложенного задачу синтеза совершенного банка решетчатых КИХ-фильтров без умножителей с помощью метода ВИП можно сформулировать как

$$\Sigma(\mathbf{p}) \to \min_{\mathbf{p}}, \quad \widetilde{\delta}(\mathbf{p}) \le \delta_{\max}, \quad \mathbf{p} \in \mathbf{S}(\mathbf{p}), \tag{2}$$
$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = (\mathbf{f}_1, \mathbf{r}) \text{ или } \mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = (\mathbf{f}_2, \mathbf{r}),$$

где Σ - полное число сумматоров, включающее структурные сумматоры и сумматоры, заменяющие умножители на коэффициенты фильтра; $\tilde{\delta} = \max_{f} |\tilde{H}_{0}(\mathbf{p}, e^{2\pi f})|$ - уровень пульсаций АЧХ в полосе задерживания, а δ_{max} - его заданное предельно допустимое значение; **р** - вектор исходных параметров; S(**p**) - область изменения исходных параметров; f_1 и f_2 - граничные частоты полосы пропускания и задерживания, нормированные относительно частоты дискретизации, и связанные соотношением $f_1 + f_2 = 0.5$; символ ~ означает соответствие квантованию коэффициентов.

Предполагается, что АЧХ нормирована относительно максимального значения в полосе пропускания. Оценка уровня пульсаций выполняются на дискретном наборе частот f в заданной номинальной полосе задерживания от f_{2n} до 0,5. Номинальная граничная частота f_{1n} =0,5- f_{2n} .

Будем использовать представление коэффициентов в каноническом знако-разрядном коде квантованных с шагом $q = 2^{-M}$ и с ограниченным числом ненулевых бит т. Здесь М длина слова дробной части коэффициентов. Ненулевой бит равен +1 или -1. Представление с т ненулевых бит эквивалентно нелинейному квантованию коэффициентов. Под таким квантованием будем понимать округление коэффициентов до ближайшего числа, содержащего т ненулевых бит.

Вектор коэффициентов является некоторой неявной вектор-функцией исходных параметров $\alpha = \mathbf{F}(\mathbf{p})$ и каждому значению вектора квантованных коэффициентов соответствует подобласть вне или внутри S(**p**) с определенными значениями Σ и $\tilde{\delta}$. Число подобластей в S(**p**) ограничено и уменьшается с увеличением q и уменьшением m. Подобласти имеют разные размеры и формы. Сформулированная задача заключается в обнаружении подобласти, для которой имеет место (2). Это обнаружение автоматически определяет искомый вектор квантованных коэффициентов.

Возможная процедура поиска решения задачи (2) подобна алгоритмам, описанным в [7], и заключается в следующем. Задаются значений М и т. Варьируется параметр f_1 в диапазоне $f_{1\min} \leq f_1 \leq f_{1\max}$. Шаг изменения f_1 адаптируется так, чтобы перебрать все возможные решения в этом диапазоне для выбора из них допустимых вариантов с $\tilde{\delta} \leq \delta_{\max}$. Эта процедура выполняется для каждого значения r из диапазона $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$ с заданным шагом. Далее выбираются решения с минимальным числом Σ . Если допустимые решения отсутствуют, то значение М или т увеличиваются на единицу и процедура поиска повторяется.

4. Пример синтеза. Требования к двухканальному банку фильтров: $f_{1n} = 0,18$; $f_{2n} = 0,32$; $\widetilde{a}_0 \ge 45 \, \mathrm{д}\mathrm{B}$; 2N-1=21. Здесь $\widetilde{a}_0 = -20 \mathrm{lg} \widetilde{\delta}$.

Для решения с непрерывными коэффициентами а ₀=47,66дБ. Заметим, что в [2] указано а ₀=47,85 дБ. В табл. 1 приведены результаты синтеза, полученные для М=8 и 9 и

Алгоритм	М	$f_1; r$	$\widetilde{a}_{_0}$, дБ	Σ	K
[2]	8	-	44,92	52=22+15×2	-
	9	-	45,19	56=22+17×2	285 531 616
	8	0,17774; 1,5	44,41	$52 = 22 + 15 \times 2$	921
ВИП		0,17796; 1,5	44,94	54=22+16×2	
	9	0,18053; 3	45,01	56=22+17×2	789
ПО	8	0,18; 10	39,83	56=22+17×2	1
	9	0,18; 10	40,55	56=22+17×2	1

Таблица 1.

 $m \le 3$ с помощью алгоритма ВИП, алгоритма [2] и метода простого округления (ПО) коэффициентов при r=10. Здесь же даны значения параметров f_1 и r, для которых найдены эти решения.

В [2] для М=9 получено \tilde{a}_0 =45,78 дБ, однако расчет по коэффициентам из [2] дает значение \tilde{a}_0 =45,19 дБ, которое и приведено в табл.1. Число Σ показано суммой двух слагаемых, первое из которых соответствует числу структурных сумматоров, а второе - полному числу сумматоров, заменяющих все пары умножителей (см. рис.1). Как при M=8, так и при M=9 алгоритм ВИП в сравнении с алгоритмом из [2] дает идентичные значения полного числа сумматоров Σ и несколько меньшие значения ослабления \tilde{a}_0 , но при много меньшем количестве оценок вариантов с дискретными коэффициентами К. При M=8 приведено еще одно решение, которое несколько лучше найденного в [2] по \tilde{a}_0 , но уступает ему по Σ на два сумматора. Решению с \tilde{a}_0 =45,01дБ из табл.1 соответствуют следующие коэффициенты:

$$\begin{split} &\alpha_{0} \!=\! -2^{2}+2^{-1}+2^{-5}, \; \alpha_{1} \!=\! 2^{0}+2^{-3}-2^{-9}, \; \alpha_{2} \!=\! -2^{-1}-2^{-3}-2^{-7}, \; \alpha_{3} \!=\! 2^{-2}+2^{-3}+2^{-5}, \\ &\alpha_{4} \!=\! -2^{-2}-2^{-5}+2^{-7}, \; \! \alpha_{5} \!=\! 2^{-2}-2^{-4}-2^{-8}, \; \alpha_{6} \!=\! -2^{-3}+2^{-7}, \; \! \alpha_{7} \!=\! 2^{-4}+2^{-7}, \\ &\alpha_{8} \!=\! -2^{-5}-2^{-7}, \; \! \alpha_{9} \!=\! 2^{-6}+2^{-9}, \; \! \alpha_{10} \!=\! -2^{-7}+2^{-9}. \end{split}$$

Диапазоны изменения параметров в предложенном алгоритме для данного примера следующие: $0,175 \le f_1 \le 0,184$ (при M=8), $0,1788 \le f_1 \le 0,184$ (при M=9) с адаптивным шагом для каждого из этих диапазонов и $1 \le r \le 10$ с шагом 0,5. Для выполнения факторизации в алгоритме использовалось 512 точечное БПФ.

5. Заключение. Известные алгоритмы синтеза совершенных банков решетчатых КИХфильтров без умножителей, основанные на методе вариации коэффициентов требуют больших вычислительных затрат. В данной работе был рассмотрен алгоритм вариации исходных параметров. В алгоритме варьируются всего два параметра, тем не менее, для рассматриваемого примера синтеза он приводит к решениям сопоставимым с полученными ранее с помощью неполного перебора, и требует много меньшего числа (789 вместо 285 531 616) оценок целевой функции с дискретными коэффициентами.

Литература

- 1. Вайдьянатхан П.П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: методический обзор. ТИИЭР.1990. Т. 78. № 3. С. 77-120.
- 2. Yli-Kaakinen J., Saramaki T., Bregovic R. An algorithm for the design of multiplierless twochannel perfect reconstruction orthogonal lattice filter banks. ISCCSP. 2004. Mar. P. 415-418.
- Lim Y.C., Yu Y. J. A width-recursive depth-first tree search approach for the design of discrete coefficient perfect reconstruction lattice filter bank. IEEE Trans. on CAS: II. 2003. Vol. 50. June. P. 257-266.
- 4. Smit M.J.T., Barnwell T.P. Exact reconstruction techniques for tree-structured subband coders. IEEE Trans. on ASSP. 1986. V. 34. June. P. 434-441.
- 5. MacClellan J.H., Parks T.W., Rabiner L.R. A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters. IEEE Trans. on CAS. 1973. V. 20. Dec. P. 506-526.
- 6. Mian G.A., Nainer A.P. A fast procedure to design equiripple minimum-phase FIR filters. IEEE Trans. on CAS. 1982. V. 29. May. P. 327-331.
- 7. Мингазин А. Синтез цифровых полуполосных КИХ-фильтров без умножителей. Современная электроника. 2006. №3. С. 44-46.