

МИНИМИЗАЦИЯ ДЛИНЫ СЛОВА КОЭФФИЦИЕНТОВ КАСКАДНЫХ ЦИФРОВЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд

Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20

Тел./факс. (095) 535-02-70, 532-06-63, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Представлены результаты исследования алгоритмов минимизации длины слова коэффициентов каскадных цифровых БИХ-фильтров нижних частот. Алгоритмы основаны на вариации исходных параметров (однопараметрическая и трехпараметрическая) и простом округлении коэффициентов. Хотя наименьшую длину слова дает трехпараметрический подход, его выигрыш в сравнении с более простой однопараметрической вариацией составляет 1-2 бита и лишь в 27% случаев.

1. Введение. Сложность и быстродействие аппаратных цифровых фильтров на основе отдельных умножителей, блоков умножения или распределенной арифметики, зависят от длины слова коэффициентов. Поэтому важно минимизировать длину слова. Для этого можно использовать алгоритмы на основе вариации исходных параметров (ВИП), преимущества которых в сравнении с алгоритмами вариации самих искомым коэффициентов обсуждались в [1-3]. В работах [1,2] представлен ряд примеров синтеза каскадных цифровых БИХ-ФНЧ с минимальной длиной слова коэффициентов, требования для которых были взяты из разных публикаций. В [1] рассмотрен однопараметрический, а в [2] более сложный для программирования трехпараметрический ВИП алгоритм. Цель данной статьи – на большом числе примеров синтеза ФНЧ выяснить, как сильно отличаются минимальные длины слова коэффициентов, полученные этими алгоритмами, и как они соотносятся с нижней границей [2] и длиной слова, полученной широко известным методом простого округления.

2. Допустимые решения. Поиск решения в используемых алгоритмах будем проводить до нахождения первого допустимого решения, т.е. когда неравномерность АЧХ фильтра в номинальной полосе пропускания ($0-f_{1n}$) и ослабление АЧХ в номинальной полосе задерживания ($f_{2n} - 0.5$) удовлетворяют неравенствам

$$\Delta \tilde{a} \leq \Delta a_{\max} \text{ и } \tilde{a}_0 \geq a_{0\min}$$

или максимальная взвешенная ошибка аппроксимации АЧХ

$$\tilde{e} \leq 1,$$

где знак \sim означает соответствие параметра квантованным коэффициентам. Предполагается, что максимум АЧХ нормирован к 1, частота дискретизации равна 1, а оценки параметров выполняются по 500 частотам в каждой из упомянутых полос. Под квантованием с шагом 2^{-M} подразумевается округление. Здесь M длина слова дробной части двоичных коэффициентов, представленных с фиксированной точкой.

3. Нижняя граница длины слова коэффициентов. Нижнюю границу длины слова коэффициентов M_{LB} определим исходя из наличия специфических точек в области допустимых исходных параметров $S(\Delta a, f_1, f_2)$, для которой $e \leq 1$ [2].

4. Алгоритмы минимизации длины слова коэффициентов. Все обсуждаемые ниже алгоритмы основаны на многократном расчете каскадных БИХ-ФНЧ Золотарева-Кауэра с последующим квантованием их коэффициентов. Форма звеньев в каскадах – прямая. Масштабирование игнорируется.

4.1. Однопараметрический ВИП алгоритм. В однопараметрическом ВИП алгоритме (ВИП-1) параметры f_1 и f_2 фиксируются на значениях f_{1n} и f_{2n} , а параметр Δa изменяется в

диапазоне $\Delta a_{\min} \leq \Delta a \leq \Delta a_{\max}$ при $M=1, 2, 3$ и т.д., пока для некоторого значения Δa и $M = M_o$ не будет найдено решение с $\tilde{\epsilon} \leq 1$. Детали рассмотрены в [1].

4.2.Трехпараметрический ВИП алгоритм. В трехпараметрическом ВИП алгоритме (ВИП-3) в качестве начальных используем специфические точки (см. п.3) определяемые при $e \leq 1.3$. Это означает, что они могут находиться как внутри, так и вне $S()$. Очевидно, что этим точкам будет соответствовать значение $M'_{LB} \leq M_{LB}$. Определение начальных точек выполняется методом ветвей и границ. В окрестности найденной точки поочередно варьируются параметры $\Delta a, f_1$ и f_2 . Поиск ведется на отрезке, ограниченном зоной постоянства доминирующих коэффициентов. Значение параметра, приводящего к меньшему значению $\tilde{\epsilon}$, фиксируется, далее изменяется второй, а затем третий параметр. Все продолжается до получения $\tilde{\epsilon} \leq 1$ для некоторого M_o или пока не будут исчерпаны начальные точки. В последнем случае все повторяется для $M = M'_{LB} + 1$. Детали описаны в [2].

4.3.Алгоритм простого округления. В алгоритме простого округления (ПО) расчет ФНЧ выполняется для номинальных значений f_{1n} и f_{2n} , а исходный параметр Δa определяется только один раз из условия получения минимума максимальной ошибки e . Это условие соответствует равенству уровней пульсаций в полосе пропускания и задерживания и приводит к решению алгебраического уравнения 4-й степени. Квантование коэффициентов выполняется для $M=1, 2, 3$ и т.д., до получения $\tilde{\epsilon} \leq 1$ для некоторого M_o .

5.Генерирование тестов. Варианты требований к ФНЧ (тестов) получим с помощью датчика случайных чисел. Диапазоны и шаги изменения порядка N и параметров ФНЧ следующие:

$$\begin{aligned} 4 \leq N \leq 12, \text{ шаг } -1; \\ 0.05 \text{ дБ} \leq \Delta a_{\max} \leq 3 \text{ дБ}, \text{ шаг } - 0.05 \text{ дБ}; \\ 40 \text{ дБ} \leq a_{0\min} \leq 60 \text{ дБ}, \text{ шаг } - 5 \text{ дБ}; \\ 0.01 \leq f_{1n} \leq 0.4, \text{ шаг } - 0.01; \\ F(\Delta a_{\max}, a_{0\min}, f_{1n}, N) \leq f_{2n} \leq F(\Delta a_{\max}, a_{0\min}, f_{1n}, N-1), \end{aligned}$$

где $F()$ - функция, связывающая N и параметры ФНЧ Золотарева-Кауэра [4]. В результате такого генерирования тестов получен ряд ФНЧ с $N=4$ (12 вариантов требований); с $N=5$ (6 вариантов); с $N=6, 7$ и 10 (по 9 вариантов); с $N=8$ (10 вариантов); с $N=9, 11$ и 12 (по 5 вариантов). Всего 70 вариантов.

6.Результаты тестирования. Ниже представлен анализ результатов синтеза ФНЧ для полученных тестов.

- Для всех 70 тестов наименьшая длина слова коэффициентов M_o достигнута с помощью алгоритма ВИП-3.
- В 73% тестов ВИП-1 и ВИП-3, а в 16% тестов ПО и ВИП-3 дают равные значения M_o .
- Применение ВИП-3 вместо ВИП-1 позволяет уменьшить M_o на 1 - 2 бита (только в 2-х случаях на 2 бита).
- Относительно нижней границы и найденной минимальной длины имеем:
 $M_{LB} < M_o$ (максимум на 2 бита) для 34% тестов,
 $M_{LB} = M_o$ для 53% тестов,
 $M_{LB} > M_o$ (максимум на 2 бита) для 13% тестов.
- Уменьшение длины слова благодаря применению ВИП вместо ПО составляет 10-50%.

- Для 59% тестов решения в начальных точках, используемых в ВИП-3, оказываются допустимыми и вариация параметров не требуется.
- Для 12 ФНЧ (включая те, для которых $M_{LB} > M_o$) использование начальных точек вне области допуска ($1 < e \leq 1.3$) позволяет дополнительно уменьшить M_o на 1-2 бита.
- Полученные с помощью ВИП-3 минимальные значения длины слова находятся в диапазоне $2 \leq M_o \leq 14$.
- Для всех 70 ФНЧ использование начальных точек с ($1.3 < e \leq 1.5$) не приводит к дополнительному уменьшению M_o .

В таблице приведены некоторые из требований к ФНЧ и найденные для них значения M_{LB} и M_o . Здесь * означает, что решение с квантованными коэффициентами по крайней мере

Таблица

ФНЧ	N	Δa_{\max} , дБ	$a_{0\min}$, дБ	f_{1n}	f_{2n}	M_{LB}	M_o		
							ПО	ВИП-1	ВИП-3
1	4	0.05	45	0.01	0.029961	8	14	9	9
2	4	0.75	50	0.17	0.335192	2	6	3	3
3	5	0.10	60	0.25	0.395240	2	6	5	4+
4	6	1.05	60	0.23	0.282166	6	7	7	6*
5	7	2.20	40	0.22	0.225471	9	10	7	7+
6	8	2.10	40	0.17	0.173485	7	9	9	7*
7	9	1.85	55	0.19	0.198113	7	9	7	7*
8	10	0.50	60	0.02	0.021277	12	15	13	12+
9	11	0.30	50	0.27	0.273413	7	11	10	8
10	12	0.75	55	0.09	0.091150	10	12	10	10
11	12	1.85	50	0.30	0.300826	9	11	9	9*

в одной начальной точке является допустимым, а + означает, что использовалась начальная точка вне области S(). Данные из таблицы могут быть полезны для тестирования вновь разрабатываемых алгоритмов синтеза цифровых БИХ-фильтров.

7. Заключение. Исследовано два ВИП алгоритма применительно к задаче минимизации длины слова коэффициентов каскадных БИХ-ФНЧ. Использовано значительно большее число (70) примеров, чем представлено до сих пор в литературе. В 27% случаев трехпараметрический ВИП алгоритм дает меньшие на 1-2 бит значения длины слова, чем более простой в программировании однопараметрический алгоритм. Уменьшения на 2 бита очень редки. Нижняя граница длины слова отличается от найденной минимальной длины максимум на ± 2 бита. Для 59% тестов решения в начальных точках оказываются допустимыми, что подтверждает эффективность метода их определения. Использование начальных точек вне области допуска ($1 < e \leq 1.3$) в трехпараметрическом алгоритме может приводить к дополнительному уменьшению длины слова вплоть до 2-х бит. Уменьшение длины слова благодаря применению ВИП алгоритмов вместо простого округления составляет 10-50%.

Литература

1. Мингазин А.Т. Метод синтеза цифровых фильтров с коэффициентами конечной разрядности. //Электросвязь. 1983. № 7. -С. 49-53.
2. Мингазин А.Т. Синтез рекурсивных цифровых фильтров при ограниченной разрядности коэффициентов. //Электросвязь. 1987. № 9. -С. 58-62.
3. Мингазин А.Т. Синтез и анализ цифровых фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. //4-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применение'. 2002. Т.1. -С. 85-90.
4. Мингазин А.Т. Экстремальные параметры аналоговых и цифровых фильтров. //Электросвязь. 1999. № 1.-С. 22-23.