

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С КОНЕЧНОЙ ДЛИНОЙ СЛОВА КОЭФФИЦИЕНТОВ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд.

Россия, Москва, Зеленоград, 103460, а/я 20
тел./факс. (095)535-04-73, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Рассмотрены особенности и возможности метода вариации исходных параметров в задачах синтеза и анализа цифровых БИХ- и КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов.

1. Введение. Для синтеза цифровых фильтров с конечной длиной слова коэффициентов можно применить один из двух подходов [1]. Первый основан на вариации искоемых коэффициентов (ВК) на дискретном множестве их значений, а второй - на вариации исходных параметров (ВИП). Метод ВИП изучен в меньшей степени. Одним из его преимуществ является малое число независимых переменных. В данной статье обсуждаются особенности и возможности метода ВИП при решении задач синтеза и анализа цифровых БИХ- и КИХ-фильтров.

2. Метод ВИП и его особенности. Большинство работ, в которых рассмотрен метод ВИП, посвящены синтезу частотных каскадных цифровых БИХ-фильтров. Ниже метод изложен без такого ограничения. Ссылки на многие статьи, упомянутые в [1], опущены.

2.1. Область допустимых исходных параметров. Для синтеза фильтров необходимо задать исходные параметры. Соответствующий порядок передаточной функции обычно выбирается так, что требования к характеристике фильтра удовлетворяются с запасом. При этом существует некоторая область допустимых исходных параметров S . Расчет фильтра для любой точки в S приводит к приемлемой (допустимой) характеристике.

2.2. Коэффициенты фильтра как функции исходных параметров. Искомые коэффициенты фильтра являются некоторыми функциями исходных параметров. Вид функций зависит от метода аппроксимации требуемой характеристики. Квантование коэффициентов делает эти функции дискретными. В области исходных параметров они образуют сложные пересечения.

2.3. Замена переменных. Квантование коэффициентов, рассчитанных для точки в S , может привести к неудовлетворительной характеристике фильтра. Однако применение ВК может исправить эту ситуацию. Вместо ВК можно использовать ВИП. Такая замена переменных приводит к поиску точки в S , для которой после расчета и квантования коэффициентов характеристика будет наилучшей или допустимой.

2.4. Уменьшение размерности. Размерность вектора коэффициентов зависит от порядка фильтра, а вектора исходных параметров - от типа фильтра и вида аппроксимации и не зависит от порядка фильтра. Например, для ФНЧ Золотарева-Кауэра (эллиптические фильтры) размерность вектора параметров равна всего трем.

2.5. Структура области S . В общем случае структура S имеет сложный дискретный характер. Каждому значению вектора квантованных коэффициентов соответствует определенная подобласть в S . Структуру S в случае трех параметров

можно образно сравнить со структурой граната, а поиск наилучшей характеристики фильтра - с поиском самого сладкого зернышка.

2.6. Утрата размера и равномерности шага вариации. Обычно коэффициенты квантуются с равномерным шагом q , равным степени числа два. Поэтому очень легко варьировать значениями квантованных коэффициентов. Упомянутые подобласти в S имеют разные размеры и формы. Поэтому перебрать их без пропусков и повторов оценок качества характеристики затруднительно. Замена ВК на ВИП приводит к утрате размера и равномерности шага вариации.

2.7. Определение и коррекция размера шага. На конечном интервале изменения того или иного исходного параметра имеется конечное число отрезков разной длины, каждому из них соответствует свой вектор квантованных коэффициентов. Векторы для соседних отрезков отличаются на величину q . Этот факт позволяет в процессе поиска решения определять и корректировать текущий размер шаг вариации, чтобы на каждом отрезке делать лишь одну оценку качества характеристики фильтра.

2.8. Хорошие начальные точки. Начальные точки в области S можно выбрать так, что в соответствующих им векторах коэффициентов часть компонентов окажется квантованной с шагом q_{\max} без преднамеренного их квантования. При $q = q_{\max}$ в S имеется хотя бы одна из упомянутых точек, а при $q > q_{\max}$ они отсутствуют. Выбор точек желательно выполнить так, чтобы эти квантованные компоненты были из числа доминирующих, т.е. наиболее сильно влияющих на характеристику фильтра.

2.9. Стратегия поиска решений. Одна из стратегий поиска решений с помощью ВИП заключается в следующем. Изменяется один из исходных параметров в окрестности текущей начальной точки. Поиск (с учетом п.п. 2.7.) ведется на отрезке, ограниченном зоной постоянства доминирующих коэффициентов. Значение параметра, приводящего к лучшей характеристике фильтра, фиксируется. Изменяется другой параметр и т. д., пока не будет найдено приемлемое решение или не будут исчерпаны все параметры. В последнем случае шаг квантования уменьшается и все повторяется. На время поиска и качество решения влияют очередности перечисления начальных точек и варьируемых параметров.

3. Следствия метода хороших начальных точек. Метод получения хороших начальных точек имеет самостоятельное значение для проектирования фильтров.

3.1. Классические БИХ-фильтры с квантованными коэффициентами. Цифровые фильтры Чебышева, Золотарева-Кауэра и др., строго говоря, нельзя называть таковыми после квантования их коэффициентов. Метод получения хороших начальных точек приводит к интересным результатам. Так, существуют простейшие ФНЧ (ФВЧ) с квантованными коэффициентами, а именно фильтры Чебышева и Золотарева-Кауэра второго порядка, а также фильтры Золотарева-Кауэра третьего порядка, реализованные как параллельное соединение двух фазовых звеньев [2].

3.2. Глобальные решения. Для простейших фильтров метод хороших начальных точек приводит к решениям с глобально минимальной длиной слова коэффициентов или с глобально минимальным числом сумматоров в реализациях без умножителей. Имеется в виду глобальность в пределах выбранной аппроксимации.

3.3. Номограммы. Идея получения хороших начальных точек положена в основу графического синтеза и анализа фильтров второго порядка. Построенные номограммы для ФНЧ (ФВЧ) Чебышева, полосовых и режекторных фильтров наглядно показывают влияние исходных параметров и квантования на параметры фильтров.

3.4. *Специальные фильтры Золотарева-Кауэра.* Для ФНЧ Золотарева-Кауэра N -го порядка с минимальными добротности полюсов передачи установлен интересный факт [3]: точку в S можно выбрать так, что $(N+1)/2$ коэффициентов из N оказываются квантованными без преднамеренного их квантования. Это достигается в случае реализации фильтров как параллельное соединение двух каскадных фазовых цепей на звеньях с передаточной функцией определенного вида.

3.5. *Некоторые наблюдения.* Допустимые решения с квантованными коэффициентами можно получить и для начальных точек вне области S , но вблизи ее границ. Метод получения начальных точек часто дает допустимые решения без дополнительной ВИП. Шаг q_{\max} является хорошей верхней границей для q .

4. Синтез и анализ с помощью ВИП. В методе ВИП коэффициенты не могут произвольно изменяться, т.к. связаны функциональными зависимостями с исходными параметрами, и казалось бы, что этот метод даст заведомо худшие результаты синтеза в сравнении с методом ВК. Однако это не подтверждается на практике. С помощью ВИП были получены превосходные результаты при решении разных задач синтеза БИХ- и КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. Метод ВИП можно использовать и для анализа этих фильтров.

4.1. *Синтез фильтров.* Эффективность метода ВИП подтверждена на многих примерах синтеза частотных БИХ- и КИХ-фильтров с заданной или минимальной длиной слова коэффициентов или с минимальным числом сумматоров в структурах без умножителей [1-4]. Метод ВИП дает аналогичные или лучшие результаты и требует значительно меньшего числа оценок целевой функции в сравнении с методом ВК [1].

4.2. *Сочетание ВИП и ВК.* Применение ВК после ВИП может улучшить решения. Так, в [1] для ФНЧ 10-го порядка длина слова коэффициентов была уменьшена на 1 бит. При этом найдено несколько допустимых решений. Попытка получить подобный результат для других семи фильтров из [1] путем неявного перебора значений квантованных коэффициентов не имела успеха. (Для фильтра ЦФ-7 метод ВИП приводит к длине слова равной 4, а не 5 как указано в табл.3 из [1]).

В [3] для точки в S , выбранной согласно п.п. 3.4., поиск квантованных значений остальных $(N-1)/2$ коэффициентов выполнен с помощью ВК. Получены решения с минимальным числом сумматоров в реализациях фильтров без умножителей. Однако алгоритм ВИП из [2], в котором не используется ВК, дает лучшие результаты.

4.3. *Анализ фильтров.* Анализ БИХ- или КИХ-фильтров с квантованными коэффициентами можно проводить по зависимости контролируемого параметра характеристики от некоторого исходного параметра (построенной с учетом п.п.2.7). Так, в [5,6] рассмотрены зависимости неравномерности в полосе пропускания и ослабления в полосе задерживания от исходной неравномерности. В [5] анализируются аппроксимации для каскадных БИХ-фильтров на звеньях прямой формы. Сравнительному анализу каскадных ФНЧ Золотарева-Кауэра на звеньях прямой формы и на комплексных фазовых звеньях посвящена работа [6]. Некоторые результаты анализа:

а) для двух бесконечно близких значений исходной неравномерности можно наблюдать очень большое различие в неравномерностях, соответствующих квантованным коэффициентам [5,6], например 7 дБ и 0.5 дБ [5];

б) не всегда аппроксимация или структура с меньшей коэффициентной чувствительностью приводит к меньшей длине слова коэффициентов [5,6];

в) не корректно судить о преимуществе той или иной аппроксимации или структуры по расчетам, выполненным только для одной точки в области S [5,6];

г) для каскадных фильтров не всегда проблема точности АЧХ в полосе пропускания является более острой, чем в полосе задерживания [5].

Рассмотренный подход на основе ВИП [5,6] позволяет анализировать влияние квантования коэффициентов при любом шаге q и может служить хорошим средством для выявления наилучшего сочетания возможных исходных параметров, типа аппроксимации и структуры фильтра.

5. Заключение. Вышеизложенное позволяет рассматривать метод ВИП как достаточно универсальное и эффективное средство для изучения и проектирования различных цифровых фильтров с конечной длиной слова коэффициентов.

Литература

1. Мингазин А.Т. Синтез передаточных функций цифровых фильтров в области дискретных значений коэффициентов (обзор). // Электронная техника. Сер. 10. 1993. № 1,2. С. 3-35.
2. Мингазин А.Т. Синтез цифровых фильтров на основе фазовых цепей с конечной длиной слова коэффициентов. // 2-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применения' (DSPA-1999).- М.: Т.1. С.112-116.
3. Milic L.D., Lutovac M.D. Design of multiplierless elliptic IIR filters with a small quantization error. // IEEE Trans. 1999. SP-47. № 2. P. 469-479.
4. Мингазин А.Т. Вариация исходных параметров в задачах синтеза цифровых КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. // 3-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применения' (DSPA-2000).- М.: Т.1. С.162-165.
5. Мингазин А.Т. Анализ влияния квантования коэффициентов на характеристики цифровых фильтров. // Радиотехника. 1987. № 6. С. 35-37.
6. Мингазин А.Т. Сравнительный анализ реализаций рекурсивных цифровых фильтров. // Радиотехника. 1990. № 1. С. 38-40.