

ШУМ ОКРУГЛЕНИЯ И РАЗРЯДНОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧЕТЫРЕХ СТРУКТУР БИХ-ФИЛЬТРОВ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд, Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20.
Тел./факс. (095) 535-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Рассмотрены каскадные структуры БИХ-фильтров на звеньях прямой и нормальной формы, структуры на основе параллельного соединения двух фазовых цепей на звеньях прямой и волновой формы. Проведен анализ шума округления и разрядности коэффициентов этих структур для двух наборов требований к АЧХ полосовых фильтров в широком диапазоне изменения граничных частот.

1. Введение. Выбор структуры цифровых фильтров является одной из важных проблем в проектировании систем цифровой обработки сигналов. В самом деле, для конкретных требований разные по сложности исполнения структуры имеют различные шумовые свойства, уровни малых предельных циклов и разрядности коэффициентов. Четкие рекомендации дать не всегда возможно. В этом случае приходится проводить дополнительные исследования с целью выбора подходящей структуры фильтра [1]. В данной статье проводится анализ четырех структур БИХ-фильтров с фиксированной точкой с целью выяснения их шумовых характеристик и разрядности коэффициентов. Рассмотрены два набора требований к АЧХ полосовых фильтров 6-го и 10-го порядка для ряда граничных частот, изменяющихся в очень широком диапазоне.

2. Исследуемые структуры. Для упомянутого анализа используем четыре структуры фильтров. Две каскадные структуры, одна (К-ПФ) на звеньях (2-го порядка) прямой формы, а другая (К-НФ) на звеньях нормальной формы, и две структуры на основе параллельного соединения двух фазовых цепей, причем в одной (Ф-ПФ) фазовые цепи представляют собой каскадное соединение фазовых звеньев прямой формы, а в другой (Ф-ВФ) - волновой формы. Для масштабирования используем L_∞ -норму.

На рис. 1 представлены звенья 2-го порядка для каскадных фильтров. Это звенья прямой и нормальной формы на рис.1а и б, соответственно. Полагаем, что округление в каждом из звеньев

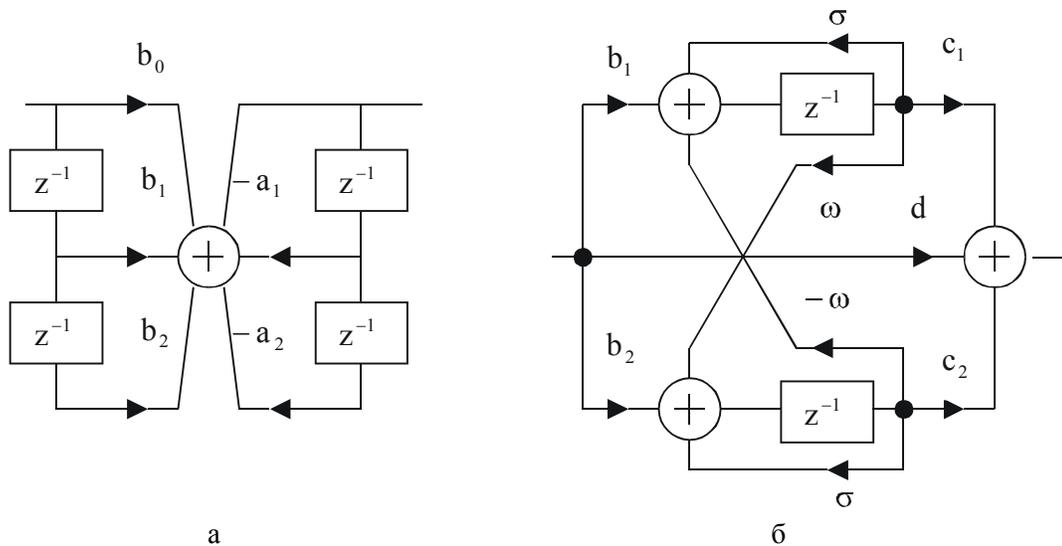


Рис. 1. Звенья 2-го порядка для каскадных фильтров: прямая форма (а), нормальная форма (б).

выполняется после сумматоров. Масштабные множители учтены в коэффициентах прямых связей.

На рис. 2 представлены фазовые звенья 2-го порядка для фильтров на основе параллельного соединения двух фазовых цепей. В звене прямой формы на рис. 2а округление выполняется только в выходном сумматоре, а в звене волновой формы на рис. 2б после каждого сумматора. Масштабный

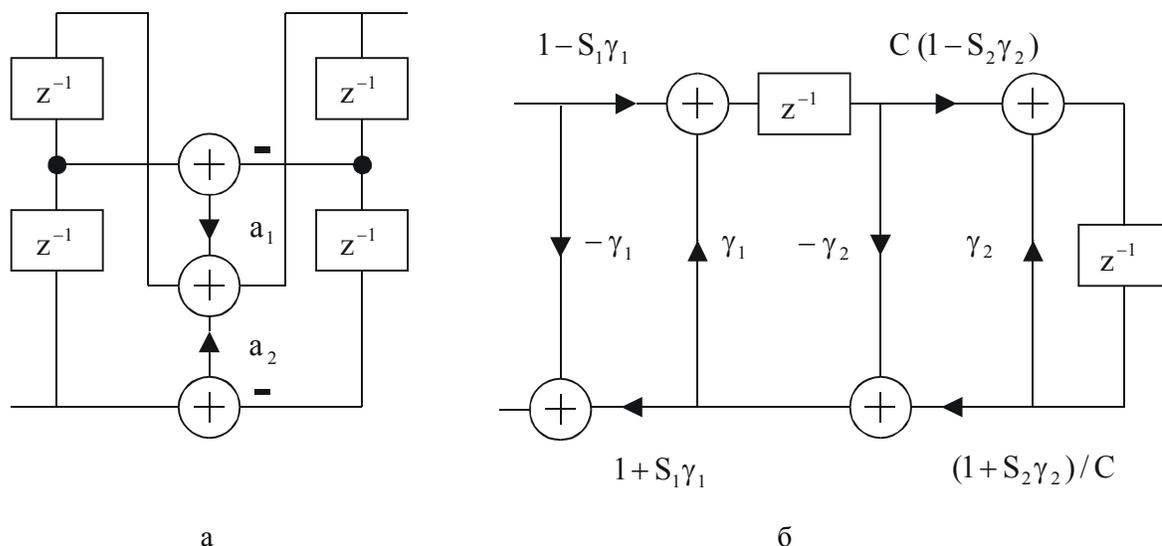


Рис. 2. Фазовые звенья 2-го порядка для фильтров на основе параллельного соединения двух фазовых цепей: прямая форма (а), волновая форма (б).

коэффициент C на рис. 2б выбирается равным степени два, а коэффициенты $S_i = \text{sign}(\gamma_i)$, $i=1,2$ [1].

3. Отношение шум/сигнал. Для хорошо известной вероятностной модели округления чисел с фиксированной точкой минимальное отношение (шум округления)/сигнал на выходе фильтра

$$\frac{N}{S} = 10 \lg \frac{G}{1,5H^2} - 6B = R - 6B,$$

где G – усиление шума округления, H – максимальный коэффициент передачи фильтра, B – число бит, включая знак, сохраняемое после округления.

Для сравнения структур фильтров по отношению N/S , используем параметр R , независящий от конкретного числа бит B . В каскадных структурах параметр R зависит от группировки полюсно-нулевых пар и упорядочения звеньев. Для минимизации этого параметра применим эвристическую процедуру из [2].

4. Разрядность коэффициентов. Под разрядностью двоичных коэффициентов фильтра будем понимать их мантиссу M . Для каждой из рассматриваемых структур M минимизируем с помощью однопараметрического алгоритма вариации исходных параметров (ВИП-1 [3]), в котором вариации подлежит неравномерность АЧХ в полосе пропускания. В качестве аналоговых прототипов используем фильтры Золотарева-Кауэра. Переход к цифровым фильтрам выполним с помощью билинейного преобразования. Введение масштабных множителей путем изменения коэффициентов числителей каскадных структур делает зависимыми эти коэффициенты от неравномерности АЧХ. Однако эту зависимость проигнорируем.

5. Сравнение структур. Для сравнения структур используем алгоритм получения минимальных R и M , сочетающий упомянутую выше эвристическую процедуру и алгоритм ВИП-1. В этом комбинированном алгоритме в начале делается попытка найти решения с минимальной M , а затем, в случае уда-чи, ведется поиск решения с минимальным R . Ниже анализируются результаты синтеза полосовых фильтров с двумя наборами требований для ряда левых граничных частот полосы пропускания, изме-

няющихся в широком диапазоне от 0,0006 (очень низкая частота) до 0,2 (частота из области средних частот). Частота дискретизации принята равной 1.

Пример 1. Требования к АЧХ полосового фильтра 6-го порядка:

- полоса пропускания = 0,01;
- неравномерность в полосе пропускания ≤ 3 дБ;
- минимальное ослабление в полосе задерживания ≥ 60 дБ;
- коэффициент прямоугольности (параметр α в [4]) = 5.

В табл. 1 приведены найденные значения R и M для ряда граничных частот из заданного диапазона. Как и следовало ожидать, с уменьшением частоты шум всех фильтров усиливается, т.е. растет

Таблица 1

Левая граничная частота	R, дБ				M			
	К-ПФ	К-НФ	Ф-ПФ	Ф-ВФ	К-ПФ	К-НФ	Ф-ПФ	Ф-ВФ
0,0006	70,2	29,2	65,3	31,9	21	12	16	17
0,0008	67,0	27,0	61,9	29,3	20	11	18	19
0,001	65,1	27,3	59,4	28,8	19	11	16	18
0,002	56,4	24,3	50,8	26,3	17	10	16	17
0,004	49,1	22,1	43,4	24,9	15	10	14	15
0,006	45,7	22,7	39,9	24,9	14	9	12	14
0,008	44,2	21,7	37,0	24,8	12	10	12	13
0,01	41,5	22,2	35,0	25,7	12	9	12	13
0,02	35,4	21,4	29,3	25,6	10	9	11	12
0,04	30,3	21,1	23,9	25,9	9	9	11	11
0,06	26,2	21,4	20,5	24,1	8	9	11	11
0,08	25,8	20,8	18,4	25,9	8	9	11	11
0,1	23,4	21,1	16,6	24,5	8	9	11	11
0,2	18,0	22,1	12,9	24,1	7	7	11	11

значение R. Для частоты 0,0006 наилучшими шумовыми свойствами обладают структуры К-НФ (R=29,2 дБ) и Ф-ВФ (R=31,9 дБ), что сильно отличает их от структур К-ПФ и Ф-ПФ, для которых R=70,2 дБ и 65,3 дБ, соответственно. Различие по R для К-НФ и К-ПФ составляет 70,2-29,2=41 дБ. Это означает, что для получения одинаковых шумовых свойств в этих структурах число бит внутренней арифметики в К-ПФ должно быть на 7 бит больше чем в К-НФ. Из табл. 1 также следует, что в рассматриваемом диапазоне частот значение R изменяется плавно, примерно на 8 дБ для структур К-НФ и Ф-ВФ, и очень сильно, примерно на 52 дБ для К-ПФ и Ф-ПФ. Наилучшими шумовыми свойствами вблизи частоты 0,2 обладает структура Ф-ПФ.

С уменьшением частоты растет разрядность коэффициентов M для всех фильтров. Для частоты 0,0006 минимальное M=12 имеет структура К-НФ, максимальное M=21 - К-ПФ, а две другие структуры имеют промежуточные значения. Наиболее сильное отличие в значениях M (7...21 бит) в рассматриваемом диапазоне частот свойственно структуре К-ПФ. Для частот 0,06...0,2 этой же структуре свойственны меньшие значения M (на 3- 4 бит) в сравнении с Ф-ПФ и Ф-ВФ, имеющих близкие значения M во всем диапазоне частот. Наконец, К-ПФ для частот 0,06...0,2 имеет меньшие значения M (хотя всего на 1 бит) в сравнении с К-НФ.

Пример 2. Требования к АЧХ полосового фильтра 10-го порядка:

- полоса пропускания =0,005;
- неравномерность в полосе пропускания $\leq 0,5$ дБ;
- минимальное ослабление в полосе задерживания ≥ 40 дБ;
- коэффициент прямоугольности =1,4.

В табл. 2 приведены найденные значения R и M для ряда граничных частот из заданного выше диапазона. Как видим, несмотря на сильные изменения требований в сравнении с предыдущими

Таблица 2

Левая граничная частота	R, дБ				M			
	К-ПФ	К-НФ	Ф-ПФ	Ф-ВФ	К-ПФ	К-НФ	Ф-ПФ	Ф-ВФ
0,0006	77,2	35,3	71,4	37,0	19	13	19	20
0,0008	73,3	31,8	67,6	34,8	20	13	20	21
0,001	71,8	33,0	65,3	34,5	18	13	18	19
0,002	63,7	29,4	57,2	32,0	16	12	17	18
0,004	57,2	29,2	50,3	31,1	14	12	15	16
0,006	53,2	28,2	46,8	31,1	15	12	14	16
0,008	49,9	28,1	44,2	31,4	14	11	14	15
0,01	47,9	27,9	42,5	32,4	14	12	14	15
0,02	44,2	27,5	36,2	32,3	13	12	11	12
0,04	36,6	30,9	30,9	31,9	12	12	11	13
0,06	33,7	27,8	27,4	31,0	11	12	12	12
0,08	31,2	28,4	24,9	32,1	11	12	11	13
0,1	29,8	28,3	23,1	31,1	10	12	12	12
0,2	25,6	28,7	19,2	30,3	11	12	11	12

качественное поведение зависимостей R и M от граничной частоты примерно сохраняется, но в целом шумы подросли примерно на 6 дБ. Для структуры К-ПФ в диапазоне частот 0,0006-0,004 в табл. 2 наблюдается уменьшение M на 1 или 2 бита в сравнении с данными табл. 1. В остальных случаях для всех структур переход к новым требованиям приводит к росту M. Из табл. 2 видно, что для К-НФ характерен очень малый разброс в значениях M (всего в 2 бита, а не в 5 бит, как в табл. 1).

6. Заключение. Исследованы шумовые свойства и разрядности коэффициентов четырех структур полосовых цифровых БИХ-фильтров для двух наборов требований к АЧХ в широком диапазоне изменения граничных частот. Для этих наборов требований почти во всем диапазоне, исключая некоторую область средних частот, каскадные фильтры на звеньях нормальной формы и фильтры на основе фазовых цепей на звеньях волновой формы имеют значительно лучшие шумовые свойства в сравнении с каскадными фильтрами на звеньях прямой формы и фильтрами на основе фазовых цепей на звеньях прямой формы. В области средних частот лучшими шумовыми свойствами обладают фильтры на основе фазовых цепей на звеньях прямой формы. Каскадные фильтры на звеньях нормальной формы имеют значительно меньшую разрядность коэффициентов в окрестности очень низких частот в сравнении с другими тремя структурами.

В тоже время, для одного набора требований все четыре структуры в области примыкающей к средним частотам имеют примерно одинаковые разрядности, а для другого набора обе каскадные структуры имеют меньшие разрядности в сравнении с фильтрами на основе фазовых звеньев. Очевидно, что все эти выводы, сделанные относительно граничных частот 0,0006...0,2, в силу известной симметрии, справедливы и для частот 0,4994...0,3.

Литература

1. Renfors M., Zigouris E. Signal processor implementation of digital all-pass filters. // IEEE Trans. 1988. ASSP-36. May. P. 714-728.
2. Мингазин А.Т., Зорич А. А. Минимизация шума округления каскадных рекурсивных цифровых фильтров. // Электронная техника. 1992. Сер. 10. № 1,2. С. 37-43.
3. Мингазин А.Т. Минимизация длины слова коэффициентов каскадных цифровых БИХ-фильтров. // 5-я международная конференция. 'Цифровая обработка сигналов и ее применение'. 2003.-М.: Т. 1. С. 75-77.

4. Мингазин А.Т. Экстремальные параметры аналоговых и цифровых фильтров. // Электросвязь. 1999. № 1. С. 22-23.