



УДК 621.372.54.037.372

А. Т. Мингазин

РАСЧЕТ МАСШТАБНЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ И ДИСПЕРСИИ ШУМА КАСКАДНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Представлены соотношения для определения масштабных множителей (при использовании L_2 -нормы) и результирующей дисперсии шума округления каскадных рекурсивных цифровых фильтров, оперирующих с числами в форме с фиксированной запятой. Для устранения ограничений, свойственных этим соотношениям, в частности, в случае кратности полюсов передаточной функции фильтра, предложено перед проведением расчетов вводить погрешности в значения полюсов. Показано, что, несмотря на приближенность, такой подход дает хорошие результаты. Приведены конкретные примеры расчетов.

К числу важных задач, решаемых разработчиками цифровых фильтров (ЦФ), относятся такие, как определение масштабных множителей и результирующей дисперсии шума округления [1, 2]. Во многих практических применениях масштабирование осуществляется по методу ограничения L_2 -нормы, а для оценки дисперсии используется вероятностная модель округления чисел. При этом проблемы, связанные с расчетом масштабных множителей и дисперсии шума, эквивалентны по сложности, так как в обоих случаях требуется вычисление контурных интегралов от специфических функций. По этой причине удобно совместить рассмотрение этих двух задач.

В [3] применительно к каскадным рекурсивным ЦФ, оперирующим числами в форме с фиксированной запятой, получено (по методу вычетов) удобное выражение для расчета дисперсии шума, обусловленного округлением чисел внутри ЦФ. Хотя это выражение применимо для широкого класса ЦФ, тем не менее им нельзя непосредственно воспользоваться для ЦФ с передаточными функциями, у которых:

число нулей превышает число полюсов (это, как нетрудно показать, приводит к кратному полюсу у подынтегральной функции в точке $z = 0$ комплексной z -плоскости);

есть кратные полюса;

отдельные составляющие функции второго порядка имеют два разных действительных полюса.

При тех же ограничениях на тип полюсов, как и в [3], это имело бы место и при нахождении масштабных множителей по соответствующим формулам.

В инженерной практике указанные ситуации проявляются в следующих случаях:

при использовании нестандартных передаточных функций, например, полученных численными методами;

для широкополосных полосовых и режекторных ЦФ при появлении двух разных действительных полюсов или одного двукратного полюса у отдельной функции второго порядка (как и для аналоговых фильтров [4]);

в результате квантования коэффициентов передаточной функции [5], в особенности при относительно большом шаге квантования, когда комплексно-сопряженный полюс «преобразуется» в два действительных или в один действительный простой (или двукратный) полюс, когда происходит «слияние» двух полюсов в один двукратный и т. д. Кроме того, вторая ситуация возникает всегда при использовании передаточных функций с кратными полюсами.

Данная работа посвящена преодолению указанных вычислительных трудностей. Первую и вторую ситуации предлагается обойти путем преднамеренного введения погрешностей в значения полюсов передаточной функции. Несмотря на приближенность, данный подход, как будет показано, дает хорошие результаты. Возможность появления третьей ситуации предлагается учесть при выводе расчетных соотношений.

Сначала приведем исходные соотношения для передаточной функции, масштабных множителей и результирующей дисперсии, которые по существу хорошо известны (см., например, [1]) и лишь представлены в удобном виде.

Исходные соотношения

Как и в [3], все изложенное ниже посвящено двум широко используемым каскадным структурам ЦФ, составленным из звеньев не выше второго порядка прямой или канонической формы при следующих допущениях:

масштабные множители, получаемые с помощью L_2 -нормы, вводятся путем изменения коэффициентов числителя передаточной функции;

все числа, с которыми оперирует ЦФ, представлены в двоичном коде с фиксированной запятой и по модулю не превышают единицы.

округление чисел осуществляется на входе, выходе и в каждом суммирующем узле внутри ЦФ после последнего этапа суммирования;

справедлива вероятностная модель округления чисел.

Передаточную функцию N -каскадного ЦФ запишем в виде

$$H(z) = b_{00}' \prod_{k=1}^N b_{0k}' \frac{C_k(z)}{A_k(z)} = b_{00}' \prod_{k=1}^N b_{0k}' \frac{c_{0k} + c_{1k}z^{-1} + c_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}, \quad (1)$$

где c_{vi} , a_{vi} — коэффициенты, полученные в ходе решения задачи аппроксимации; b_{0i} — масштабные множители.

Для $i = 0, 1, 2, \dots, N$ определим

$$b'_{0i} = \begin{cases} \xi_i \left[\frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} \prod_{k=1}^{i+J} \frac{C_k(z)C_k(z^{-1})}{A_k(z)A_k(z^{-1})} \frac{dz}{z} \right]^{-1/2} \\ 1 \text{ при } J=0 \text{ и } i=0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } \xi_i = \begin{cases} \frac{1}{\prod_{k=1}^i b'_{0, k-1}} & \text{при } i > 0, \\ 1 & \text{при } i = 0; \end{cases} \quad (3)$$

$$A_k(z)|_{k=N+1} = C_k(z)|_{k=i+1} = 1 \text{ при } J = 1.$$

Здесь $J = 0$ и $J = 1$ для структуры ЦФ, составленной из звеньев прямой и канонической формы, соответственно. Такое определение масштабных множителей (1) приводит к некоторому коэффициенту передачи, который при желании можно изменить, включив на выходе ЦФ множитель на константу $H_0/|H(z)|_{\max}$. Здесь H_0 — желаемый максимальный коэффициент передачи.

Перепишем (1) так:

$$\begin{aligned} H(z) &= b_{00} \prod_{k=1}^N H_k(z) = b_{00} \prod_{k=1}^N \frac{B_k(z)}{A_k(z)} = \\ &= b_{00} \prod_{k=1}^N \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $b_{vi} = b'_{0i}c_{vi}$, но $b_{00} = b'_{00}$.

Результирующая дисперсия шума на выходе ЦФ с передаточной функцией вида (4)

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2,$$

где

$$\sigma_1^2 = \sigma_{01}^2 \left[J + \frac{1}{2\pi j} \sum_{i=1}^N \oint_{|z|=1} \prod_{k=i}^N \frac{B_k(z)B_k(z^{-1})}{A_k(z)A_k(z^{-1})} \frac{dz}{z} \right], \quad (5)$$

$$B_k(z)|_{k=i} = 1 \text{ при } J = 0,$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_{02}^2 \frac{b_{00}^2}{2\pi j} \oint_{|z|=1} \prod_{k=1}^N H_k(z)H_k(z^{-1}) \frac{dz}{z},$$

$$\sigma_3^2 = \frac{2^{-2m_3}}{3}, \quad \sigma_{01}^2 = \frac{2^{-2m_1}}{3}, \quad \sigma_{02}^2 = \frac{2^{-2m_2}}{3}, \quad (6)$$

m_1 , m_2 и m_3 — значения числа разрядов, включая знаковый, до которых округляются числа внутри, на входе и выходе ЦФ, соответственно.

В [3] под результирующей дисперсией понимается составляющая σ_1^2 , обусловленная всеми источниками шума внутри ЦФ. Заметим также, что при масштабировании с помощью L_2 -нормы величина $\sigma_2^2/\sigma_{02}^2 = 1$, поскольку в этом, в частности, смысл

данного действия. Поэтому, казалось бы, нет смысла вычислять интеграл в (6). Однако в случае квантования масштабных множителей при практической реализации ЦФ $\sigma_2^2/\sigma_{02}^2 \neq 1$. Кроме того, это неравенство имеет место (даже в случае неквантованных множителей) при других видах масштабирования, например, с помощью нормы l_1 или l_∞ . По указанным причинам целесообразно уделить внимание вычислению интеграла в (6).

Введение погрешностей в значения полюсов

Как следует из (2), (5) и (6), основные трудности расчета масштабных множителей и результирующей дисперсии связаны с определением значений интервалов. Сложность вычислений существенно зависит от типа полюсов подынтегральной функции. Особенно громоздкими становятся вычисления в случае кратных полюсов, поскольку при этом, как известно, требуется взятие производных высших порядков для определения вычетов. Обойти эти трудности можно путем преднамеренного введения погрешностей в значения полюсов передаточной функции, устраняющего кратность, но в то же время слабо влияющего на модуль передаточной функции.

Возможны два подхода для выполнения этой процедуры:

контроль на кратность и введение погрешностей в значения соответствующих полюсов;

введение погрешностей в значениях всех полюсов без контроля на кратность.

Очевидно, первый подход по сравнению со вторым более точен, но требует проведения анализа на кратность. Для определенности рассмотрим второй подход. Можно предложить следующий вариант (один из многих) введения погрешностей и, по-видимому, не самый лучший, но приводящий к изменению только коэффициентов a_{2k} , $k = 1, 2, \dots, N$, согласно соотношению

$$a'_{2k} = \begin{cases} \left(\sqrt{a_{2k}} + \frac{\Delta_k \epsilon}{k} \right)^2 & \text{при } u_k < 0, \\ \left(-\frac{a_{1k}}{2} + \frac{\Delta_k \epsilon}{k} \right)^2 - u_k & \text{при } u_k \geq 0, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\Delta_k = \begin{cases} 1 - \sqrt{a_{2k}} & \text{при } u_k < 0, \\ 1 - \max(\rho_{1k}, \rho_{2k}) & \text{при } u_k \geq 0; \end{cases}$$

$$u_k = \frac{a_{1k}^2}{4} - a_{2k}; \quad \rho_{1k} = \left| -\frac{a_{1k}}{2} + \sqrt{u_k} \right|;$$

$$\rho_{2k} = \left| -\frac{a_{1k}}{2} - \sqrt{u_k} \right|;$$

ϵ — достаточно малая величина (0,01 — 0,001). Таким образом, при расчете σ_1^2 , σ_2^2 и b'_{0i} вместо a_{2k} предлагается использовать коэффициенты a'_{2k} .

Нетрудно убедиться, что предлагаемая коррекция коэффициентов позволяет устранить кратные полюса у подынтегральных функций в (2), (5) и (6), т. е. первая и вторая ситуации, о которых говорилось выше, исключаются. Первая ситуация исключается благодаря тому, что $a_{2k} \neq 0, 1, 2, \dots, N$. Поэтому случай $H_k(z)$ с одним действительным полюсом при такой коррекции также устраняется.

Хорошо известно, что чувствительность модуля передаточной функции к изменению ее коэффициентов растет с уменьшением расстояний (т. е. Δ_k) полюсов до единичной окружности в z -плоскости. По этой причине корректирующее слагаемое $\epsilon \Delta_k / k$ должно быть много меньше Δ_k , что выполняется благодаря малости ϵ и $k \geq 1$. Таким образом, действие (7) не будет приводить к существенному изменению модуля передаточной функции, и поэтому можно ожидать, что масштабные множители и дисперсии (σ_1^2 и σ_2^2) будут вычислены достаточно точно.

Поскольку процедуру (7) предлагается выполнять всегда, то напрашивается очевидный вопрос, может ли это привести к появлению кратных полюсов в случае, когда их нет, или к появлению одного действительного полюса в $H_k(z)$ вместо двух. Подобные ситуации возможны, но маловероятны. Для полной гарантии их невозникновения нужна более сложная процедура коррекции, чем (7). Один из путей — это учет межполюсных расстояний при выборе корректирующего слагаемого. Обсуж-

дение этого подхода опустим, поскольку в данной статье исследуются возможности применения преднамеренного введения погрешностей в значения полюсов, а не варианты его выполнения.

Расчетные соотношения

Итак, при получении соотношений для расчета σ_1^2, σ_2^2 и b_{0i} будем полагать, что у подынтегральных функций в (2), (5) и (6) отсутствуют кратные полюса и составляющие $H_k(z)$ в (4) имеют или пару комплексно-сопряженных полюсов ($u_k < 0$), или два разных действительных полюса ($u_k > 0, a_{2k} \neq 0$).

Дисперсия σ_1^2 . На основании [3] и с учетом принятых ограничений на тип полюсов выражение (5) можно представить как

$$\sigma_1^2 = \sigma_{01}^2 \left\{ J + \sum_{i=1}^N \left[\sum_{n=i}^N (Q_n R_n + \hat{R}_n) + \prod_{k=i}^N G_k \right] \right\}, \quad (8)$$

где

$$R_n = \left(\cos \sum_{k=1}^N \psi_{kn} \right) \prod_{k=1}^N \sqrt{\frac{\alpha_{kn}^2 + \beta_{kn}^2}{\gamma_{kn}^2 + \delta_{kn}^2}};$$

$$\psi_{kn} = \arctg \frac{\beta_{kn}}{\alpha_{kn}} - \arctg \frac{\delta_{kn}}{\gamma_{kn}};$$

$$G_k = \begin{cases} 0 & \text{при } J = 0 \text{ или } J = 1, b_{2k} = 0 \text{ и/или } b_{0k} = 0, \\ b_{0k} b_{2k} / a_{2k} & \text{при } J = 1 \text{ и } b_{2k} \neq 0, b_{0k} \neq 0; \end{cases}$$

$$Q_n = \begin{cases} 2 & \text{при } u_n < 0, \\ 1 & \text{при } u_n > 0; \end{cases}$$

$$\alpha_{kn} = \begin{cases} b_{0k}^2 + b_{1k}^2 + b_{2k}^2 + b_{1k}(b_{0k} + b_{2k}) \left(r_n + \frac{1}{r_n} \right) \cos \varphi_n + b_{0k} b_{2k} \left(r_n^2 + \frac{1}{r_n^2} \right) \cos 2\varphi_n & \text{при } J = 0 \text{ и } k \neq i \text{ или при } J = 1, \\ 1 & \text{при } J = 0 \text{ и } k = i; \end{cases}$$

$$\beta_{kn} = \begin{cases} b_{1k}(b_{0k} + b_{2k}) \left(r_n - \frac{1}{r_n} \right) \sin \varphi_n + b_{0k} b_{2k} \left(r_n^2 - \frac{1}{r_n^2} \right) \sin 2\varphi_n & \text{при } J = 0 \text{ и } k \neq i \text{ или при } J = 1, \\ 0 & \text{при } J = 0 \text{ и } k = i; \end{cases}$$

$$\gamma_{kn} = \begin{cases} 1 + a_{1k}^2 + a_{2k}^2 + a_{1k}(a_{2k} + 1) \left(r_n + \frac{1}{r_n} \right) \cos \varphi_n + a_{2k} \left(r_n^2 + \frac{1}{r_n^2} \right) \cos 2\varphi_n & \text{при } k \neq n; \\ 2(1 - r_n^4) \sin^2 \varphi_n & \text{при } k = n \text{ и } u_n < 0; \\ 2e_n(1 - r_n^2) \left(\frac{1}{r_n} - d_n + e_n \right) & \text{при } k = n, u_n > 0; \end{cases}$$

$$\delta_{kn} = \begin{cases} a_{1k}(a_{2k} + 1) \left(r_n - \frac{1}{r_n} \right) \sin \varphi_n + \\ + a_{2k} \left(r_n^2 - \frac{1}{r_n^2} \right) \sin 2\varphi_n & \text{при } k \neq n; \\ (1 - r_n^2)^2 \sin 2\varphi_n & \text{при } k = n \text{ и } u_n < 0; \\ 0 & \text{при } k = n \text{ и } u_n > 0; \end{cases}$$

$$r_n = \begin{cases} \sqrt{a_{2n}} & \text{при } u_n < 0, \\ d_n + e_n & \text{при } u_n > 0; \end{cases}$$

$$\cos \varphi_n = \begin{cases} d_n/r_n & \text{при } u_n < 0, \\ 1 & \text{при } u_n > 0; \end{cases}$$

$$d_n = -\frac{a_{1n}}{2}, \quad e_n = \sqrt{u_n} \quad \text{для } u_n > 0.$$

Заметим, что $\hat{R}_n \neq 0$ только при $u_n > 0$. В этом случае \hat{R}_n вычисляется по той же формуле, что и R_n , но все расчеты необходимо выполнять, поменяв знак плюс у параметра e_n на минус.

Дисперсия σ_2^2 . Анализ выражений (5), (6) и (8) дает основание записать (6) в виде

$$\sigma_2^2 = \sigma_{02}^2 b_{00}^2 \left[\sum_{n=1}^N (Q_n R_n + \hat{R}_n) + \prod_{k=1}^N G_k \right]. \quad (9)$$

При этом параметры Q_n , R_n , \hat{R}_n и G_k , входящие в (9), рассчитываются по соотношениям, определенным для (8) при $J = i = 1$, независимо от структуры ЦФ.

Масштабные множители. Опыт раскрытия выражений (5) и (6) позволяет представить (2) в виде

$$b_{0i} = \begin{cases} \xi_i \left[\sum_{n=1}^L (Q_n R_n + \hat{R}_n) + \prod_{k=1}^L G_k \right]^{-1/2}, \\ 1 & \text{при } J = 0 \text{ и } i = 0, \\ i = 0, 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$R_n = \left(\cos \sum_{k=1}^L \psi_{kn} \right) \prod_{k=1}^L \sqrt{\frac{\alpha_{kn}^2 + \beta_{kn}^2}{\gamma_{kn}^2 + \delta_{kn}^2}};$$

$$G_k = \begin{cases} 0 & \text{при } J = 1 \text{ и } i \neq N \text{ или } J = 0, c_{2k} = 0 \\ & \text{и/или } c_{0k} = 0, \\ c_{0k} c_{2k} / a_{2k} & \text{при } J = 0 \text{ и } c_{2k} \neq 0, c_{0k} \neq 0 \text{ или} \\ & \text{при } J = 1 \text{ и } i = N; \end{cases}$$

$$L = \begin{cases} i + J & \text{при } i < N, \\ N & \text{при } i = N; \end{cases}$$

$$\alpha_{kn} = 1, \quad \beta_{kn} = 0 \quad \text{при } J = 1 \text{ и } k = L \neq N \text{ и}$$

$$\alpha_{kn} = c_{0k}^2 + c_{1k}^2 + c_{2k}^2 + c_{1k}(c_{0k} + c_{2k}) \left(r_n + \frac{1}{r_n} \right) \times \\ \times \cos \varphi_n + c_{0k} c_{2k} \left(r_n^2 + \frac{1}{r_n^2} \right) \cos 2\varphi_n,$$

$$\beta_{kn} = c_{1k}(c_{0k} + c_{2k}) \left(r_n - \frac{1}{r_n} \right) \sin \varphi_n + \\ + c_{0k} c_{2k} \left(r_n^2 - \frac{1}{r_n^2} \right) \sin 2\varphi_n$$

в других случаях.

Напомним, что ξ_i находятся по (3), а все остальные параметры, входящие в (10), по соотношениям, определенным для (8).

Результаты расчетов

По представленным выше выражениям были выполнены расчеты для многих ЦФ. Ниже приведены два примера.

Пример 1. Передаточная функция $H(z)$ (см. (1)) задана коэффициентами, приведенными в табл. 1.

Таблица 1
Коэффициенты передаточной функции $H(z)$

k	a_{1k}	a_{2k}	c_{1k}	c_{2k}
1	-0,228	-0,339	-0,689	1
2	-1,75	-0,765625	0	-1
3	-0,975	0	2	1
4	0,95	0	1	0
5	1,893	0,989	1,931	1

Неуказанные коэффициенты $c_{0k} = 1$, $k = 1 - 5$. Значения всех коэффициентов были выбраны такими с тем, чтобы $H(z)$ имела разнообразные полюса и нули. Так, $H_1(z)$ содержит два реальных полюса и пару комплексно-сопряженных нулей; $H_2(z)$ — двукратный действительный полюс и два действительных нуля; $H_3(z)$ — один действительный полюс и два действительных нуля (т. е. порядок числителя $H_3(z)$ больше, чем порядок знаменателя); $H_4(z)$ — по одному действительному полюсу и нулю, наконец $H_5(z)$ содержит пару комплексно-сопряженных полюсов и пару таких же нулей.

Таким образом, без предварительного введения погрешностей в значения полюсов нельзя воспользоваться вышеприведенными соотношениями из-за наличия в $H(z)$ функций $H_2(z) - H_4(z)$. Для проверки возможности введения погрешностей эти соотношения были модифицированы так, что их применение для данного примера не требовало использования процедуры (7). Модификация сводилась к уточнению формул для определения G_k , Q_n , γ_{kn} , r_n . Заметим, что выражения для G_k , Q_n сильно усложняются.

В табл. 2 приведены рассчитанные некантованные масштабные множители для двух рассматриваемых структур (т. е. для $J = 0$ и $J = 1$). Здесь случай $\epsilon = 0$ соответствует расчетам по точным формулам, а случай $\epsilon = 0,001$ — расчетам по представленным соотношениям с учетом (7).

Таблица 2

Рассчитанные масштабные множители для двух структур

i	b_{0i}			
	$J = 0$		$J = 1$	
	$\epsilon = 0$	$\epsilon = 0,001$	$\epsilon = 0$	$\epsilon = 0,001$
0	1	1	0,883048	0,883014
1	0,574891	0,574862	0,033474	0,033351
2	0,268396	0,268380	0,598503	0,599131
3	0,028756	0,028682	0,488209	0,488286
4	0,975001	0,975007	1,937942	1,937661
5	0,987513	0,987513	0,255227	0,255222

Результаты расчета дисперсий таковы: для $J = 0$

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{01}^2} = \begin{cases} 31,35 \text{ дБ при } \epsilon = 0, \\ 31,37 \text{ дБ при } \epsilon = 0,001, \end{cases}$$

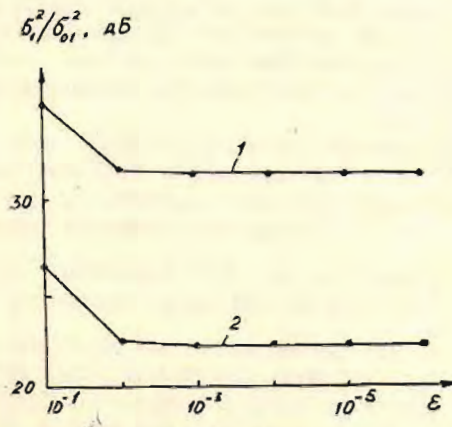
для $J = 1$

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{01}^2} = \begin{cases} 22,14 \text{ дБ при } \epsilon = 0, \\ 22,17 \text{ дБ при } \epsilon = 0,001. \end{cases}$$

Как и следовало ожидать, для всех случаев $\sigma_2^2/\sigma_{02}^2 = 0$.

Сопоставление данных, полученных для $\epsilon = 0$ и $\epsilon = 0,001$, наглядно показывает правомерность приема преднамеренного введения погрешностей благодаря его высокой точности.

На рисунке приведены зависимости σ_1^2/σ_{01}^2 от величины ϵ . Как видим, начиная с $\epsilon = 0,01$, не



Зависимости σ_1^2/σ_{01}^2 от параметра ϵ для двух структур ЦФ: 1 — $J = 0$; 2 — $J = 1$

имеет смысла дальнейшее уменьшение ϵ с целью увеличения точности вычислений. Тем более, когда было обнаружено, что при очень малых ϵ в промежуточных вычислениях циркулируют очень большие и малые числа, и в ряде случаев это приводило к невыполнению разрядной сетки ЭВМ, в частности, при $\epsilon = 10^{-6}$ и $J = 0$ для $H(z)$ из примера 2, представленного ниже.

Ранее указанные значения ϵ (0,01 — 0,001) вполне обеспечивают достаточную точность и не приводят к машинным сбоям, что подтверждается расчетами для многих ЦФ.

Пример 2. В данном случае $H(z)$ составлена из двух передаточных функций, каждая из которых задана коэффициентами в табл. 1. Получить точные соотношения для расчета масштабных множителей и дисперсии здесь очень трудно. Это потребовало бы взятия третьих производных от сложных функций. Поэтому ниже приведены результаты, полученные только по представленным соотношениям с учетом (7).

В табл. 3 даны рассчитанные масштабные множители для $i = 5 - 10$. Остальные множители для $i = 0 - 4$ совпадают с указанными в табл. 2 при $\epsilon = 0,001$.

Таблица 3

Рассчитанные масштабные множители для $i = 5 - 10$

i	b_{0i} (при $\epsilon = 0,001$)	
	$J = 0$	$J = 1$
5	0,987513	0,114942
6	0,346207	0,015650
7	0,150474	0,575442
8	0,019491	0,487842
9	0,975003	1,939580
10	0,987525	0,254749

Результаты расчета дисперсий при $\epsilon = 0,001$:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{01}^2} = \begin{cases} 31,97 \text{ дБ при } J = 0, \\ 24,78 \text{ дБ при } J = 1, \end{cases}$$

$$\sigma_2^2/\sigma_{02}^2 = 0 \text{ независимо от } J.$$

Правильность расчетов здесь подтверждается лишь косвенно, путем сравнения σ_1^2/σ_{01}^2 с полученными значениями в предыдущем примере. Поведение зависимостей σ_1^2/σ_{01}^2 от ϵ для $J = 0$ и $J = 1$ в данном случае подобно показанному на рисунке для предыдущего примера.

Выводы

Приведены соотношения для расчета масштабных множителей (при использовании L_2 -нормы) и результирующей дисперсии шума округления кас-

кадных рекурсивных ЦФ, оперирующих с числами в форме с фиксированной запятой. Показано, что, хотя эти соотношения получены в предположении наличия у передаточной функции ЦФ простых комплексно-сопряженных и действительных полюсов, ими можно воспользоваться и в случае кратных полюсов. Для этой цели предложено преднамеренно вводить погрешности в значения полюсов. Несмотря на приближенность такого подхода, численные результаты, некоторые из которых приведены в статье, подтверждают его достаточную для практики точность. Таким образом, отпадает необходимость утомительного вывода новых соотношений каждый раз с увеличением степени кратности полюсов.

По-видимому, предложенный вариант введения погрешностей не является наилучшим. Однако в данной статье в большей степени ставилась цель выявления возможности применения этой процедуры, а не всех деталей, связанных с ее выполнением. Очевидно, что идея преднамеренного введения погрешностей может быть использована и для других структур ЦФ.

Представленное соотношение для расчета дисперсии шума σ_1^2 , полученное в предположении округления результатов суммирования, можно легко модифицировать для округления результатов умножения, при введении масштабных множителей как между каскадами, так и путем изменения коэффициентов числителя передаточной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пелед А., Лну Б. Цифровая обработка сигналов: Теория, применение, реализация: Пер. с англ./Под ред. А. И. Петренко.— Киев: Вища школа, 1979.— 263 с.
2. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник.— М.: Радио и связь 1985.— 312 с.
3. Мингазин А. Т., Быстров А. Н. Расчет результирующей дисперсии шума округления на выходе каскадных цифровых фильтров//Микроэлектронные радиотехнические устройства обработки информации и техника СВЧ.— М.: МИЭТ, 1981.— С. 35—40.
4. Знаменский А. Е., Теплюк И. Н. Активные RC-фильтры.— М.: Связь, 1970.— 280 с.
5. Мингазин А. Т., Быстров А. Н., Сазанов А. А. Влияние порядка передаточной функции на разрядность коэффициентов и шум округления рекурсивного цифрового фильтра//Расчет и проектирование элементов и узлов микроэлектронных радиотехнических систем и цепей СВЧ.— М.: МИЭТ, 1982.— С. 24—31.

Статья поступила 17 октября 1990 г.

УДК 621.391.037.372 : 629.783

Н. С. Вдовиченко, В. Н. Орешин, А. В. Козлов

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ С ВЕРТОЛЕТАМИ ЧЕРЕЗ ИСКУССТВЕННЫЙ СПУТНИК ЗЕМЛИ

Приведены результаты исследования влияния помех от несущего винта вертолета на характер замирания сигналов при приеме на рупорные и щелевые антенны. Рассмотрен вопрос об устранении замирания сигналов за счет перемежения информации.

Специфическим для эксплуатации спутниковых систем связи (ССС), размещаемых на вертолетах, является влияние несущего винта (НВ) на сигнал от спутника. Комитетом авиационной подвижной спутниковой службы (AMSSP) при ИКАО стран-участникам поставлена задача изучения способа исключения влияния помех от НВ вертолета при ведении связи через искусственный спутник Земли (ИСЗ) [1].

В соответствии с такой постановкой задачи исследование влияния помех от НВ вертолета на сигнал в ССС осуществлялось на экспериментальной установке, в которой проводилось физическое моделирование винта, позволяющее оценить характер его влияния на параметры замираний сигнала. В основу физического моделирования положен принцип масштабного моделирования, т. е. сокращение в одинаковое число раз линейных размеров объекта и длины поля. В качестве модели цельнометаллической лопасти винта использована прямоугольная лента из стеклотекстолита, покрытая слоем фольги. В качестве модели движения лопастей принято движение в плоскости вращения. В модели учтены особенности конструкции лопастей, их крепление и размеры, параметры движения лопастей.

Для анализа канала связи ИСЗ—вертолет разработана модель помехи, позволяющая оценивать ее при различных эволюциях вертолета и различном расположении антенн на борту. В качестве аналитического описания помехи выбран аппарат геометрической теории дифракций [2], использование которого для рассматриваемого случая дает хорошее совпадение с результатом физического моделирования [3].

Распространение сигнала от ИСЗ при дифракции на лопасти НВ вертолета показано на рис. 1 (для упрощения рисунка изображена только одна лопасть), где L — плоскость лопасти винта; Σ — секущая плоскость; \vec{l}_0 , \vec{l}'_0 — первичный луч сигнала и его проекция на секущую плоскость, соответственно; \vec{l}_0 , \vec{l}'_0 — дифракционный луч сигнала и его проекция на секущую плоскость, соответственно; α — угол раствора конуса дифракционных лучей; $S_{кр}$ — длина вдоль луча краевой волны; P — точка наблюдения.

При дифракции первичных лучей на кромках лопастей образуется конус дифракционных лучей K