

МИНИМИЗАЦИЯ ШУМА ОКРУГЛЕНИЯ
КАСКАДНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ
ФИЛЬТРОВ

Рассмотрена задача минимизации шума округления каскадных рекурсивных цифровых фильтров, оперирующих с числами в форме с фиксированной запятой. Предложен алгоритм ее решения путем формирования полюсно-нулевых пар и упорядочения звеньев передаточной функции, отличающийся от известных схемами генерирования упорядочений. Проиллюстрирована эффективность нового алгоритма применительно к различным типам фильтров, видам аппроксимации, вариантам масштабирования и реализации звеньев.

Преимущества реализации рекурсивных цифровых фильтров на основе каскадных структур хорошо известны. Однако в таких структурах шум, обусловленный округлением результатов арифметических действий, может сильно зависеть от группировки полюсно-нулевых пар передаточных функций отдельных звеньев, а также от последовательности включения звеньев. В связи с этим возникает проблема минимизации шума. Поскольку для фильтров средних и высоких порядков полный перебор возможных вариантов не пригоден из-за очень большого времени вычисления на ЭВМ, то был предложен целый ряд методов получения «хороших» решений за приемлемое время [1—12]. В основу этих методов положены эвристические правила [1, 9, 12] или процедуры оптимизации [5, 7, 11], приводящие к субоптимальным решениям, или алгоритмы динамического программирования [4, 6, 10], позволяющие получить точные решения. Хотя применение динамического программирования дает значительное сокращение времени вычисления по сравнению с полным перебором, тем не менее это время в случае передаточных функций порядка $N \geq 10$ оказывается существенным. Кроме того, при этом требуется большой объем памяти для хранения промежуточных результатов. По этим и другим причинам разработчики и исследователи часто отдают предпочтение эвристическим методам.

В данной работе предлагается еще один эвристический алгоритм, который по сравнению с существующими позволяет получить лучшие решения или значительно сократить количество вычислений без заметного ухудшения результатов.

Оценка шума округления каскадных
цифровых фильтров

Введем следующие допущения:

фильтр оперирует с двоичными числами, представленными в форме с фиксированной запятой; округление чисел осуществляется в каждом суммирующем узле каскадной структуры после последнего этапа суммирования;

квантование сигнала на входе и выходе фильтра не учитывается;

справедлива вероятностная модель округления чисел (см., например [12]);

Предложена усовершенствованная конструкция экранированного диэлектрического резонатора, обладающего высокой добротностью $\sim 10^5$ на частоте $f_0 \sim 1500$ МГц, с H_{011} -типом колебаний.

Резонатор отличается от известных конструкций тем, что с целью увеличения добротности и повышения устойчивости конструкции к механическим факторам воздействия, крышки закреплены с торцевыми поверхностями камеры при помощи расположенных симметрично продольной оси резонатора лейкосапфировых колец. Сами крышки представляют собой дисковые диэлектрические резонаторы с размерами: $R = (0,25 \dots 0,35)\lambda_0$; $a = (0,02 \dots 0,03)\lambda_0$; при этом диэлектрическая трубка, кольца и металлическая камера имеют следующие размеры: $R_1 = (0,14 \dots 0,20)\lambda_0$; $R_2 = (0,18 \dots 0,23)\lambda_0$; $R_3 = (0,14 \dots 0,20)\lambda_0$; $R_4 = (0,18 \dots 0,24)\lambda_0$; $R_5 = (0,42 \dots 0,45)\lambda_0$; $h = (0,68 \dots 0,71)\lambda_0$; $l = (0,03 \dots 0,05)\lambda_0$; $H = (0,83 \dots 0,88)\lambda_0$.

Резонатор может найти широкое применение в стандартах частоты и времени, в СВЧ-источниках синусоидальных колебаний с высокими спектральными и временными характеристиками, а также в СВЧ-фильтрах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перевозимые квантовые часы на основе водородного генератора с малогабаритным резонатором/Б. А. Гайгеров, Ф. С. Русин, Н. И. Польшников и др.//Измерительная техника.—1989.—№ 4.—С. 17—18.
2. Гайгеров Б. А. Водородный генератор с малогабаритным резонатором//Измерительная техника.—1986.—№ 6.—С. 8—9.
3. Эталонная база государственной службы времени и частоты СССР: состояние и направления развития/С. Б. Пушкин, Ю. Г. Абашев, А. П. Альшина и др.//Сборник научных трудов ВНИИФТРИ.—М., 1990.—С. 14—15.
4. Отчет по НИР «Квант-83» Разработка транспортируемых квантовых часов на основе водородного спектроскопа.—Иркутск: ВНИИЦ, 1987.
5. Волков П. В. Стандарты частоты на основе охлажденных дисковых диэлектрических резонаторов//Электронная техника. Сер. 10, Микроэлектронные устройства.—1989.—Вып. 3(75)—С. 6—8.
6. Гайгеров Б. А., Сысоев В. П., Польшников Н. И. Исследование транспортируемого водородного стандарта частоты//Сборник научных трудов ВНИИФТРИ.—М., 1990.—С. 18—27.
7. Синтезатор СВЧ с узкой спектральной линией для исследования квантовых переходов в ионах Ba^{+137} /С. Н. Буньков, В. И. Константинов, А. Д. Токарев, Ю. В. Усов//Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по исследованиям в области измерений времени и частоты.—М.: ВНИИФТРИ и ФИАН, 1990.—С. 48—49.
8. СВЧ-генератор с диэлектрическим резонатором, стабилизированный квантовым дискриминатором/А. К. Вершовский, А. С. Пазгалёв, Н. Н. Якобсон и др.//Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по исследованиям в области измерений времени и частоты.—М.: ВНИИФТРИ и ФИАН, 1990.—С. 84—86.
9. Пат. 3448379 США, МКИ³ G 01 324—58. Dielectric cavity resonator/F. J. Rosenbaum.
10. А. с. 1238184 СССР, МКИ HO1S1/06. Водородный генератор/Б. А. Гайгеров, С. Б. Пушкин, Ф. С. Русин.—Опубл. 1986, Бюл. № 22.
11. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны.—М.: Радио и связь, 1988.—440 с.
12. Заявка № 4902284/25 СССР, МКИ³ HO1S1/06, HO1P7/10. СВЧ-резонатор/И. А. Соколов.—Приоритет от 14.01.1991 г., положительное решение от 22.11.1991 г.

Статья поступила 19 сентября 1991 г.

масштабирование, необходимое для максимизации динамического диапазона, производится на основе L_p -нормы при $p = 2$ или $p = \infty$;

L_p -нормы всех частотных характеристик, определенных от входа фильтра до выхода i -го узла суммирования и до выхода фильтра, равны 1;

масштабные множители вводятся путем изменения коэффициентов числителя передаточной функции.

Частотную характеристику каскадного фильтра представим в виде

$$H(e^{j\omega}) = \prod_{i=1}^M \frac{b_{0i} + b_{1i}e^{-j\omega} + b_{2i}e^{-2j\omega}}{1 + a_{1i}e^{-j\omega} + a_{2i}e^{-2j\omega}} = \prod_{i=1}^M \frac{B_i(e^{j\omega})}{A_i(e^{j\omega})} = \prod_{i=1}^M H_i(e^{j\omega}), \quad (1)$$

где $M = N/2$ для четного и $M = (N + 1)/2$ для нечетного N ; $\omega = 2\pi f$, f — частота входного сигнала, дискретизированного с $f_n = 1$; a_{vi} , b_{vi} — коэффициенты, полученные в ходе решения задачи аппроксимации.

На рис. 1 представлены шумовые модели фильтров, соответствующие реализации звеньев с характеристиками $H_i(e^{j\omega})$ на основе канонической 1D и прямой формы. Штрих означает наличие масштабирования.

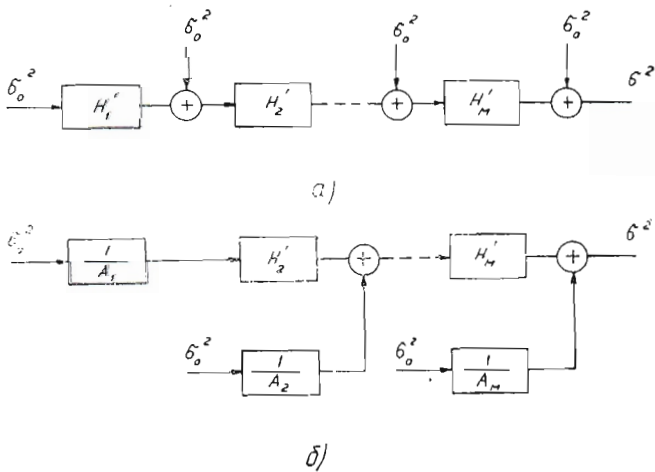


Рис. 1. Шумовые модели каскадных рекурсивных цифровых фильтров:

а — на звеньях канонической формы 1D; б — на звеньях прямой формы

На основании [1], с учетом принятых допущений результирующая дисперсия шума округления на выходе фильтра

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \left(1 + \sum_{k=1}^M \left\| \frac{1}{A_k} \prod_{i=1}^{k-1} H_i \right\|_p^2 \left\| \prod_{i=k}^M H_i \right\|_2^2 \right) \quad (2)$$

— для модели на рис. 1, а и

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \sum_{k=1}^M \left\| \prod_{i=1}^M H_i \right\|_p^2 \left\| \frac{1}{A_k} \prod_{i=k+1}^M H_i \right\|_2^2 \quad (3)$$

— для модели на рис. 1, б, где $\prod_{i=1}^m H_i = 1$ при $l > m$; $\|G\|_p$ — норма функции $G(e^{j\omega})$ в пространстве L_p ; σ_0^2 — дисперсия шума округления.

Отметим, что при замене $e^{j\omega}$ на $-e^{j\omega}$ в (1) значение σ^2 , рассчитываемое по (2) или (3), не изменяется. При этом АЧХ $|H(e^{j\omega})|$ и $|H(-e^{j\omega})|$ зеркально-симметричны относительно $\omega = 0,5\pi$ или $f = 0,25$.

Соотношения (2) и (3) иллюстрируют зависимость σ^2 от группировки полюсно-нулевых пар и порядка следования звеньев. В качестве критерия для сопоставления различных вариантов группировки и упорядочения будем использовать величину $R = \sigma^2/\sigma_0^2$, называемую усилением шума округления.

Минимизация R

Предлагаемый здесь алгоритм основан как на ранее проведенных исследованиях в [1, 7], так и на вновь сделанных наблюдениях, связанных с многочисленными предварительными расчетами по формулам (2) и (3). Перед описанием собственно алгоритма рассмотрим его главные составные части.

Формирование полюсно-нулевых пар. Для формирования полюсно-нулевых пар отдельных звеньев с целью минимизации R можно воспользоваться известными приемами. Так, для моделей на рис. 1, а, б в [1] предложено правило формирования, заключающееся в комбинировании полюсов и нулей по их наибольшей близости друг к другу на комплексной z -плоскости. В [7] для модели на рис. 1, а это правило применено к нулям и полюсам соседних звеньев в мысленном предположении, что первое и последнее звенья соседствуют.

Пусть формирование полюсно-нулевых пар выполнено по правилу из [1] и некоторое упорядочение звеньев, для определенности при $M = 5$, имеет вид:

$$\left(\frac{B_4}{A_4} \right) \left(\frac{B_1}{A_1} \right) \left(\frac{B_5}{A_5} \right) \left(\frac{B_2}{A_2} \right) \left(\frac{B_3}{A_3} \right).$$

Тогда, следуя рекомендации [7], данное упорядочение должно быть преобразовано к виду

$$\left(\frac{B_1}{A_4} \right) \left(\frac{B_5}{A_1} \right) \left(\frac{B_2}{A_5} \right) \left(\frac{B_3}{A_2} \right) \left(\frac{B_4}{A_3} \right).$$

Правило наибольшей близости в этой записи применено к нулю первого и полюсу второго звена, к нулю второго и полюсу третьего звена, ..., к нулю последнего и полюсу первого звена. С целью упрощения записи приведенные упорядочения, опуская индексацию полиномов числителя, можно представить как 41523 и *41523. Здесь знак * означает, что полюсно-нулевые пары сформированы согласно [7].

Для модели на рис. 1, а будем использовать оба указанных правила формирования, а для модели на рис. 1, б — только правило из [7].

Упорядочение звеньев. Заметим, что при $p = 2$ имеет место следующее соотношение:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 + \sigma_0^2,$$

где σ_1^2 и σ_2^2 — дисперсии, определяемые соответственно по (2) и (3) при произвольных, но взаимнообратных упорядочениях звеньев. Поэтому в данном

случае достаточно найти хорошее упорядочение лишь для одной из приведенных моделей. Если, например, модели на рис. 1, а соответствует наилучшее упорядочение 43125, то модели на рис. 1, б — 52134.

Модель на рис. 1, а будем рассматривать при $p = 2, r = \infty$, а модель на рис. 1, б только при $p = \infty$. С учетом этого на рис. 2, а, б приведены предлагаемые схемы генерирования «хороших» упорядочений звеньев. Схемы на рис. 2, а рекомен-

приведены упорядочения, полученные при нечетном $M = 7$.

Для ФНЧ и ФВЧ:	Для ПФ и РФ:
7654321	7654321
6245371	4376521
7153462	2165743
5271634	76321457
7254631	2367541

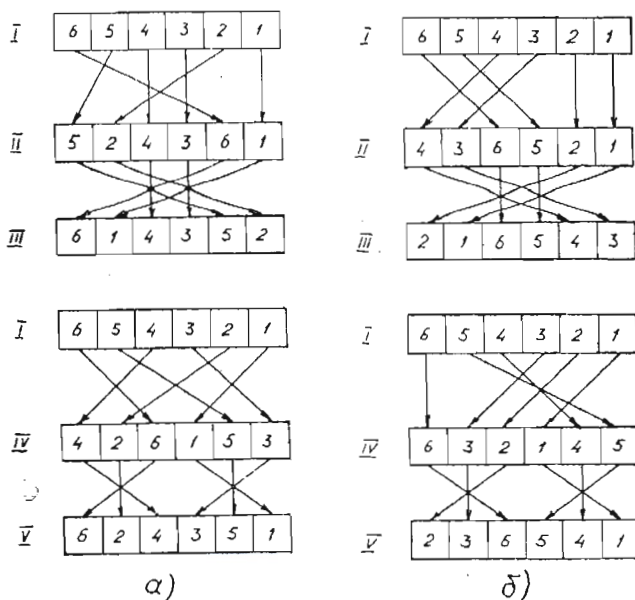


Рис. 2. Схемы генерирования упорядочений звеньев: а — для ФНЧ и ФВЧ; б — для ПФ и РФ

дуется использовать для проектирования фильтров нижних и верхних частот (ФНЧ и ФВЧ), а схемы на рис. 2, б — для полосовых и режекторных фильтров (ПФ и РФ).

На рис. 2, а, б исходное упорядочение I соответствует расстановке звеньев в порядке возрастания их добротностей полюсов, т. е.

$$Q_6 < Q_5 < Q_4 < Q_3 < Q_2 < Q_1,$$

где

$$Q_i = \frac{V(1 + a_{2i})^2 - a_{1i}^2}{2(1 - a_{2i})}$$

Формирование остальных упорядочений из I и друг из друга показано на рис. 2, а, б стрелками.

Для ПФ и РФ, полученных билинейными z -преобразованиями передаточных функций аналоговых прототипов, добротности отдельных звеньев могут оказаться попарно равными, т. е. $Q_1 = Q_2, Q_3 = Q_4$ и т. д. В исходном упорядочении I на рис. 2, б для таких звеньев предлагается выполнить дополнительные условия

$$a_{21} > a_{22}, a_{23} > a_{24}, a_{25} > a_{26}.$$

Схемы на рис. 2, а, б, соответствующие $M = 6$, могут быть легко распространены и на случай произвольного M . Для лучшего их понимания ниже

Итак, независимо от M будем использовать всего пять вариантов упорядочений звеньев, генерируемых согласно схемам на рис. 2, а, б.

Алгоритм и оценка вычислительных затрат. Сформулируем алгоритм минимизации шума округления на выходе рекурсивных каскадных цифровых фильтров:

формируются полюсно-нулевые пары согласно двум описанным правилам;

генерируются пять вариантов упорядочения звеньев, как показано на рис. 2, а для ФНЧ, ФВЧ и на рис. 2, б для ПФ, РФ;

оцениваются значения R для пяти вариантов упорядочений звеньев и двух (одного) вариантов (а) формирования полюсно-нулевых пар для модели на рис. 1, а (б);

выбирается вариант с наименьшим значением R . Таким образом, для модели на рис. 1, а требуется 10, а для модели на рис. 1, б всего 5 оценок значений R .

Прежде чем перейти к обсуждению результатов исследований предлагаемого алгоритма, рассмотрим вопрос о вычислительных затратах, связанных с его применением. Интересно сравнить предлагаемый алгоритм с другими известными. Однако точное сопоставление выполнить сложно. Это связано с тем, что в одних алгоритмах помимо оценок R требуются вспомогательные расчеты и логические действия, а в других — вместо формул (2) или (3) используются некоторые эквивалентные соотношения [11]. Кроме того, проводя оценки R , можно с целью экономии времени не делать повторных вычислений при определенных вариантах расстановки звеньев и полюсно-нулевых комбинаций [7].

Для приближенного сравнения алгоритмов положим, что основные вычислительные затраты связаны с расчетами R , растут прямо пропорционально увеличению количества членов суммы в (2) или (3), т. е. M , и определяются как

$$V = KM,$$

где K — количество вычислений по формуле (2) или (3), являющееся некоторой константой или функцией M в зависимости от конкретного алгоритма.

В методе полного перебора

$$V = (M!)^2 M.$$

Предлагаемому алгоритму соответствуют

$$\left. \begin{aligned} V &= 10M \text{ — модель на рис. 1, а, } \\ V &= 5M \text{ — модель на рис. 1, б. } \end{aligned} \right\} (4)$$

В алгоритме из [5]

$$V = (5 \dots 10)M \left(\frac{M(M-1)}{2} + 1 \right). \quad (5)$$

Для процедур из [7] и [11] $V = \sum_{i=1}^M i$ и $V = (M+3)M/2$, соответственно. В правиле из [1] не требуется проведения оценок R . Однако при проектировании фильтров хотя бы одну такую оценку выполнить необходимо. Это связано с определением разрядности информационных слов и отношения сигнал/шум округления на выходе фильтра. Поэтому для правила из [1] положим $V = M$, что соответствует одной оценке по (2) или (3).

На рис. 3 приведены зависимости вычислительных затрат V от M для ряда эвристических алгоритмов. При построении этих кривых использовалось первое соотношение в (4), а числовой коэффициент в (5) был принят равным 5. Это значение коэффициента было использовано при проведении исследований. Как видно из рис. 3, предлагаемый

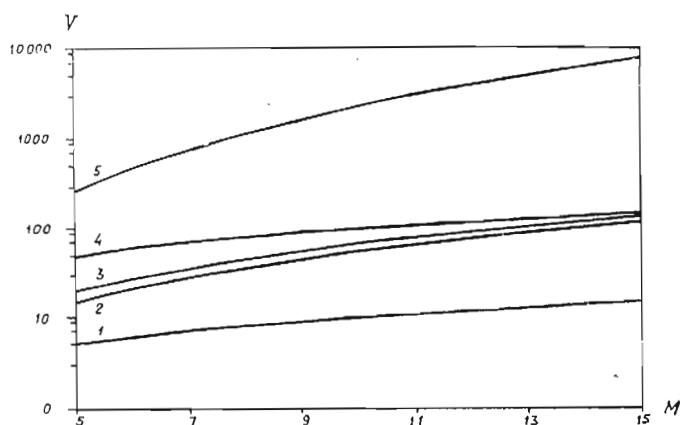


Рис. 3. Зависимости вычислительных затрат от числа каскадов для различных алгоритмов: 1 — [1], 2 — [7], 3 — [11], 4 — предлагаемый алгоритм, 5 — [5]

алгоритм несколько проигрывает процедурам, описанным в [7, 11], и требует значительно меньших вычислительных затрат по сравнению с алгоритмом из [5].

Результаты исследований эффективности алгоритма

Для подтверждения эффективности предлагаемого алгоритма были выполнены многочисленные исследования применительно к различным типам фильтров, видам аппроксимации, вариантам масштабирования и реализации звеньев.

Расчеты цифровых ФНЧ, ПФ, РФ осуществлялись путем билинейного z -преобразования аналоговых передаточных функций-прототипов, соответствующих полиномиальным аппроксимациям Бесселя, Баттерворта, Чебышева, и дробным — инверсной Чебышева, Золотарева — Кауэра. Кроме того, использовались данные по ранее рассчитанному фильтру, приведенные в литературе. Поскольку ФНЧ всегда соответствует ФВЧ с зеркально-симметричной относительно $f = 0,25$ АЧХ,

то в силу свойства, отмеченного выше, ФВЧ не рассматривались. Значения N изменялись в пределах 8 ... 22. Ниже приведены некоторые результаты, подтверждающие эффективность предлагаемого алгоритма.

Исследование 1. Граничные частоты (f_1, f_2, f_3, f_4) полос пропускания и задерживания рассматриваемых здесь ФНЧ, ПФ и РФ 12-го порядка задавались в диапазоне 0,002 ... 0,499. Для ФНЧ были выбраны 3 набора частот, а для ПФ и РФ — по 9 наборов. Во всех случаях неравномерность АЧХ в полосе пропускания (Δ) полагалась равной 2 дБ. Использовались обе шумовые модели на рис. 1, а для L_2, L_∞ и на рис. 1, б для L_∞ -масштабирования. Таким образом, для каждого из пяти вышеупомянутых видов аппроксимаций общее число вариантов фильтров составило 63.

Наряду с предлагаемым были задействованы другие эвристические алгоритмы из [1, 5, 7], а также алгоритм полного перебора для фильтров с полиномиальными аппроксимациями прототипов. Из-за большого числа вариантов рассматриваемых фильтров нет возможности привести здесь все полученные решения и сравнить алгоритмы по достигнутым значениям R . Вместо этого качество l -го алгоритма из J имеющихся оценим величиной

$$\Delta = \max_i (R_{i,l} - \min_k R_{i,k}); \quad i = 1, 2, \dots, 63, \\ k = 1, 2, \dots, J,$$

где $R_{n,m}$ соответствует R , полученному для n -го варианта m -м алгоритмом.

В нашем случае $J = 4$ для дробных и $J = 5$ для полиномиальных аппроксимаций. Очевидно, чем меньше Δ , тем выше эффективность алгоритма. Для полного перебора всегда $\Delta = 0$. В табл. 1 при-

Таблица 1
Значения Δ для различных алгоритмов

Аппроксимация	Δ , дБ			
	правило [1]	алгоритм [7]	алгоритм [5]	предлагаемый алгоритм
Бесселя	144,9/8,0	48,6/0,7	3,9/0,1	4,1/2,3
Баттерворта	145,9/5,4	36,4/3,0	5,2/0,3	2,6/0,2
Чебышева	161,7/22,3	36,6/4,5	5,8/1,4	1,9/1,2
Инверсная Чебышева	18,0/4,9	38,3/2,6	3,7/1,0	0,4/1,1
Золотарева — Кауэра	35,2/4,9	75,7/7,9	5,7/1,5	2,4/0

ведены Δ для других обсуждаемых алгоритмов. Здесь первые значения относятся к ПФ и РФ, а вторые, отделенные наклонной чертой, — к ФНЧ. Согласно табл. 1 наилучшие решения дает, как правило, предлагаемый алгоритм; процедуры из [1, 7] для ПФ или РФ приводят к сильно завышенным Δ , а следовательно, и R . Обнаружено, что большие R свойственны главным образом широкополосным фильтрам.

Известно, что для сохранения отношения сигнал/шум округления на прежнем уровне при повышении R на 6 дБ необходимо увеличить разрядность информационных слов в фильтре на 1 бит. Из табл. 1 следует, что для некоторых рассматриваемых фильтров применение процедур из [1] и [7] приводит к сильному завышению разрядности — на 27 и 13 бит, соответственно. В то же время увеличение разрядности, связанное с применением алгоритма из [5] и предлагаемого здесь, не превышает 1 бит. Однако второй требует примерно на порядок меньших вычислительных затрат, чем первый (см. кривые 4 и 5 на рис. 3 при $M = 6$).

Оценить, как часто тот или иной из обсуждаемых алгоритмов оказывается наилучшим, можно с помощью величины

$$\rho = r/S,$$

где S — общее число полученных решений (в нашем случае $S = 63$ для каждой аппроксимации); r — число благоприятных решений, для которых конкретный алгоритм из четырех рассматриваемых дает наименьшее значение R .

Диаграмма на рис. 4 показывает зависимость ρ от применяемого алгоритма для различных аппроксимаций. Как видим, предлагаемый алгоритм чаще других оказывается наилучшим.

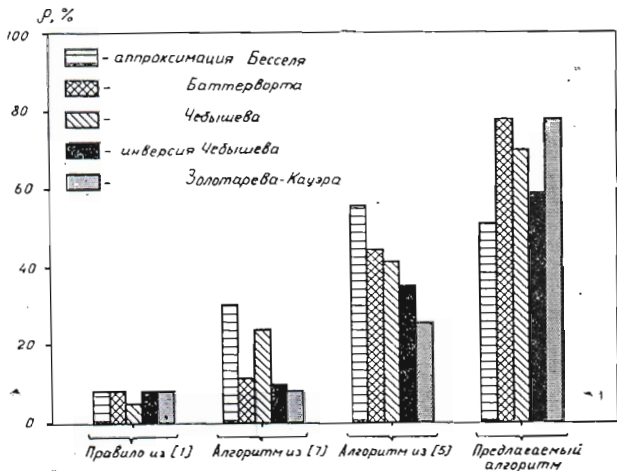


Рис. 4. Зависимость ρ (число благоприятных решений/общее число решений) от применяемого алгоритма

Интересно отметить, что для ФНЧ и ПФ/РФ примерно в 50% случаев наилучшим из представленных на рис. 2, а, б оказывалось упорядочение IV; наиболее редко для ФНЧ встречалось упорядочение V (в 4,4% случаев), а для ПФ/РФ — III (в 1,9% случаев).

В табл. 2 приведены некоторые результаты расчетов R , подтверждающие эффективность алгоритма. Под значениями R в скобках указаны най-

денные упорядочения. Нормы L_p и L_r соответствуют моделям на рис. 1, а, б. Для фильтров с полиномиальными аппроксимациями прототипов даны только граничные частоты полос пропускания. Значения R и найденные упорядочения для ПФ и РФ относятся также к аналогичным фильтрам с граничными частотами $0,5 - f_i, i = 1, \dots, 4$.

Таблица 2
Результаты расчетов R для фильтров 12-го порядка

Тип фильтра	f_1 f_2 f_3 f_4	R , дБ				
		правило [1]	алгоритм [7]	алгоритм [5]	полный перебор	предлагаемый алгоритм
ФНЧ Чебышева (L_2)	0,02	64,7	50,0	47,3	47,0	47,0
	—	(546321)	(351426)	(531624)	(426153)	(426153)
	—					
ПФ Баттерворта (L_2)	—	78,2	78,1	42,3	41,7	41,7
	0,002	(642531)	(642153)	(216543)	(432165)	(632145)
	0,1					
ПФ Золотарева — Кауэра (L_∞)	0,001	87,4	76,2	73,3	—	68,0
	0,002					
	0,25	(564321)	(*642531)	(152634)		(*632145)
	0,27			(431265)		
РФ инверсный Чебышева (L_∞)	0,015	43,1	35,7	32,9	—	32,9
	0,02					
	0,2	(462315)	(426531)	(251436)		(216543)
	0,25			(231645)		

Исследование 2. В данном случае тип фильтра (ФНЧ, ПФ, РФ), вид аппроксимирующей функции, неравномерность характеристики и граничные частоты выбирались случайно с тем, чтобы получить 10 наборов требований для каждого $N = 12, 18$ и 20 . При этом использовались обе обсуждаемые шумовые модели. Общее число рассмотренных фильтров составило 90.

Расчеты показывают, что алгоритм из [5] и предлагаемый в данной статье приводят к близким по значениям R результатам для всех рассмотренных примеров. При этом максимальное отличие не превышает 2,7 и 1,7 дБ, когда новый алгоритм дает соответственно лучшие и худшие решения.

Разница в результатах, полученных методом полного перебора и предлагаемым алгоритмом, не превышает 2,5 дБ, причем 45% решений численно совпадают.

Некоторые результаты расчетов приведены в табл. 3.

Таблица 3
Результаты расчетов R для различных типов фильтров

Тип фильтра	N	$\Delta\alpha$, дБ	f_1 f_2 f_3 f_4	R , дБ		
				полный перебор	алгоритм [5]	предлагаемый алгоритм
ФНЧ Бесселя (L_∞)	12	2,7	0,362	10,7 (231456)	—	12,5 (426153)

Продолжение таблицы 3

Тип фильтра	N	Δα, дБ	f ₁ f ₂ f ₃ f ₄	R, дБ		
				полный перебор	алгоритм [5]	предлагаемый алгоритм
ПФ Чебышева (L ₂)	12	0,72	— 0,162 0,195 —	18,7 (632145)	—	18,7 (632145)
ФНЧ инв. Чебышева (L _∞)	18	1,6	0,04 0,1 — —	—	26,6 (384625197) (527834916)	27,2 (826457391)
РФ Золотарева — Кауэра (L _∞)	20	2,5	0,25 0,3 0,32 0,37	—	30,5 (21786593(10)4) (873296154(10))	29,7 (4387(10)96521)

Исследование 3. Коэффициенты передаточных функций для рассматриваемых здесь фильтров были заимствованы из работ [5, 7]. В табл. 4 для случая L₂ приведены результаты расчетов по коэффициентам из [5]. Для всех ФНЧ получены очень близкие результаты (максимальное отличие достигает 0,4 дБ), а для РФ предлагаемый алгоритм дает преимущество, заключающееся в уменьшении R на 7 дБ.

Таблица 4

Результаты расчетов R по коэффициентам из [5]

Тип фильтра	N	R, дБ	
		алгоритм [5]	предлагаемый алгоритм
ФНЧ	8	11,0 (1234) (3142)	11,2 (4231)
	10	18,1 (43152) (35142)	18,5 (52341)
	11	11,4 (453162) (635142)	11,1 (*426153)
РФ	22	25,3 (5682(11)7(10)9413) ((11)5462(10)38971)	18,3 (* (11)763214589(10))

Следует заметить, что в [5, 11] округление чисел в модели на рис. 1, а осуществлялось после умножителей при требовании единичного коэффициента передачи фильтра, а не после сумматоров, и без требования единичного коэффициента, как в этой статье. Однако расчеты показывают, что и в случае модифицированной согласно [5] шумовой модели, различие в значениях R, приведенных в табл. 4, остается примерно таким же. По данным [11] для трех рассматриваемых ФНЧ алгоритмы из [5, 11] приводят к близким решениям, а для РФ алгоритм из [5] дает меньшее (на 3,7 дБ) значение R.

Результаты расчетов по коэффициентам из [7] для фильтра Золотарева — Кауэра 10-го порядка

приведены в табл. 5. Использована L_∞-норма для масштабирования. Решения для первых двух алгоритмов заимствованы из [7]. Все значения R для модели рис. 1, б рассчитаны по (3) с учетом того, что правая часть этого соотношения умножена на 3. Такая модификация (3) соответствует шумовой модели каскадного фильтра на звеньях канонической формы 2 D.

Таблица 5

Результаты расчетов R по коэффициентам из [7]

Модель	R, дБ		
	полный перебор	алгоритм [7]	предлагаемый алгоритм
Рис. 1, а	13,57 (*43512)	14,74 (*45321)	14,00 (*52341)
Рис. 1, б	18,15 (34152)	20,61 (43521)	18,70 (42351)

Как видно из табл. 5, предлагаемый алгоритм дает некоторое преимущество в сравнении с алгоритмом из [7] и незначительно уступает методу полного перебора.

Выводы

Представленные результаты исследований, выполненные применительно к различным типам фильтров, видам аппроксимации, вариантам масштабирования и реализации звеньев, свидетельствуют об эффективности предложенного здесь эвристического алгоритма минимизации шума округления каскадных рекурсивных цифровых фильтров.

Отличительной чертой нового алгоритма являются схемы генерирования упорядоченных звеньев, благодаря которым поиск решения удается локализовать к оценке всего 5—10, в зависимости от шумовой модели, значений дисперсии шума округления.

Установлено, что процедуры из [1, 7] могут давать очень завышенные (вплоть до десятков децибел) значения уровня усиления шума, особенно для широкополосных фильтров. Поэтому в случае применения этих быстрых процедур разработчики рискуют получить неоправданно большие аппаратные затраты при практической реализации

фильтров. Это несвойственно широко известному алгоритму из [5], а также предложенному в данной статье. Однако при использовании нового алгоритма на один — два порядка, в зависимости от числа каскадов в фильтре, снижаются вычислительные затраты.

Одно из рекомендуемых упорядочений в предложенном алгоритме по отношению к другим четырем дает наилучшие результаты примерно в 50% случаев, что позволяет сделать предположение о существовании правила формирования лишь одного упорядочения звеньев, соответствующего решению, близкому к глобальному. Нахождение такого правила свело бы вычислительные затраты к минимуму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jackson L. B. Roundoff-noise analysis for fixed-point digital filters realized in cascade or parallel form//IEEE Trans.—1970.—AU-18, № 2.—P. 107—122.
2. Avenhaus E. Zur Realisierung digitaler Filter mit gunstigem Nutz — Storsignalverhältnis//Nachrichtentech. Z.—1970.—B. 23, № 5.—S. 217—219.
3. Lee W. S. Optimization of digital filters for low roundoff noise//IEEE Trans.—1974.—CAS-21, № 5.—P. 424—431.
4. Hwang S. Y. On optimization of cascade fixed-point digital filters//IEEE Trans.—1974.—CAS-21, № 1.—P. 163—166.
5. Liu B., Peled A. Heuristic optimization of the cascade realization of fixed-point digital filters//IEEE Trans.—1975.—ASSP-23, № 5.—P. 464—473.
6. Lueder E., Hug H., Wolf W. Minimizing the round-off noise in digital filters by dynamic programming//Frequenz.—1975.—B. 29, H 7.—S. 211—214.
7. Dehner G. A contribution to the optimization of roundoff — noise in recursive digital filters//AEU.—1975.—B. 29, H 12.—S. 505—510.
8. Jaschinski W., Owenier K. A. Some results in optimizations of roundoff — noise for fixed — point digital filters realized in cascade form//AEU.—1977.—B. 31, H 3.—S. 111—115.
9. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике/Под ред. Л. М. Гольденберга.—М.: Радио и связь, 1982.—224 с.
10. Rader C. M. The application of dynamic programming to the optimal ordering of digital filter sections//Proc. IEEE Int. Conf. ASSP.—1982.—Vol. 1.—P. 73—76.
11. Kawarai S. A new approach to the optimization of cascade fixed — point digital filters//Proc. IEEE Int. Symp. CAS.—1984.—Vol. 1.—P. 246—249.
12. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник.—М.: Радио и связь, 1985.—312 с.

Статья поступила 4 ноября 1991 г.

УДК 621.3.049.77

В. М. Емельянов

ВЕРоятностное моделирование конструктивно-технологических параметров межсоединений интегрированной МЭА

Проведено вероятностное моделирование прочностных параметров и технологических процессов изготовления межсоединений интегрированной МЭА с целью минимизации разбросов значений параметров при управлении надежностью. Оценена практическая достаточная точность значений параметров математических моделей межсоединений. По коэффициентам влияния входных параметров моделей на выходные выявлена точность проведения моделирования по каждому параметру.

Построение автоматизированных систем управления надёжностью и обеспечение заданными надёжностными параметрами при проектировании и изготовлении межсоединений интегрированной МЭА базируется на математическом моделировании прочностных параметров, технологических процессов и закономерностях формирования разрушений во времени элементов межсоединений. Автоматизированная система управления надёжностью жестко связана аппаратно и программно с системой автоматизированного проектирования (САПР), автоматизированной системой технологической подготовки производства (АСТПП), автоматизированной системой управления технологическими процессами (АСУТП) и автоматизированной системой контроля (АСК). Причем получение заданных параметров и их допусков в технологических операциях планируется в зависимости от требований надёжности. Возможны случаи, когда требования к надёжности межсоединений низкие, а сроки изготовления жесткие, тогда вариант технологического процесса не предусматривает введения АСУТП или АСК или использования их только частично в нескольких операциях.

Распределение допустимых отклонений параметров межсоединений по операциям технологического процесса производится в АСТПП, а перераспределение этих отклонений осуществляется после контроля планируемой операции уже в АСУТП и АСК. Отсюда возникает необходимость вероятностного представления технологических процессов проектирования, изготовления и контроля межсоединений. В качестве математических моделей вероятностной (стохастической) формализации технологического процесса использованы модели, разработанные автором в работах [1, 2] с учетом реальных допустимых отклонений входных и выходных параметров.

Вероятностные модели прочностных параметров межсоединений МЭА

Допустимые отклонения прочностных параметров многослойных коммутационных структур выражаются следующими основными соотношениями [1]: